

Naključni procesi

Povprečje naključnega procesa $X(t)$ pri času t_1 je definirano z:

$$E[X(t_1)] = \int x f_{X(t_1)}(x) dx. \quad (1)$$

Avtokorelacijska funkcija procesa $X(t)$ pri časih t_1 in t_2 je definirana z:

$$R_{XX}(t_1, t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] = \iint x_1 x_2 f_{X(t_1)X(t_2)}(x_1, x_2) dx_1 dx_2. \quad (2)$$

Proces je **stacionaren v širšem smislu**, če je

- njegovo povprečje neodvisno od časa t :

$$E[X(t)] \neq g(t) \quad \text{in}$$

- njegova avtokorelacijska funkcija odvisna le od razlike časov $t = t_1 - t_2$:

$$R_{XX}(t_1, t_2) = R_{XX}(t_1 - t_2) = R_{XX}(t).$$

Avtokorelacijska funkcija stacionarnih procesov ima naslednje lastnosti:

- je soda funkcija: $R_{XX}(t) = R_{XX}(-t)$,
- pri $t = 0$ je enaka srednji vrednosti kvadrata: $R_{XX}(t = 0) = \overline{X^2}$,
- največjo vrednost doseže pri $t = 0$: $R_{XX}(t = 0) \geq R_{XX}(t)$,
- avtokorelacijska funkcija periodičnega procesa je tudi periodična z enako periodo.

Pri opisu vektorskih procesov uporabljamo tudi **križnokorelacijsko funkcijo**, ki je definirana z:

$$R_{XY}(t_1, t_2) = E[X(t_1)Y(t_2)] = \iint xy f_{X(t_1)Y(t_2)}(x, y) dx dy. \quad (3)$$

Če za stacionarna procesa $X(t)$ in $Y(t)$ poznamo vzorčni funkciji $x(t) = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ in $y(t) = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, lahko oceno avtokorelacijske in križnokorelacijske funkcije dobimo po enačbah:

$$\begin{aligned} R_{XX}(t) &= \frac{1}{n-t} \sum_{i=1}^{n-t} x_i x_{i+t}, \\ R_{XY}(t) &= \frac{1}{n-t} \sum_{i=1}^{n-t} x_i y_{i+t}, \end{aligned} \quad (4)$$

kjer je $t = 0, 1, \dots, n - 1$ diskretizirani čas.