

Preverjanje parametričnih hipotez

Statistična hipoteza je trditev o parametru ali verjetnostni porazdelitvi ene ali več populacij. Če se hipoteza nanaša na parameter, jo imenujemo *parametrična*, če pa se nanaša na porazdelitev, jo imenujemo *neparametrična*. Preverjanje hipoteze je postopek ugotavljanja njene pravilnosti. Postopek imenujemo statistični test. V tej vaji obravnavamo preverjanje parametričnih hipotez.

Preverjano hipotezo imenujemo *ničelna* in jo označimo s $H_0()$, njej nasprotujočo hipotezo pa imenujemo *alternativna* in jo označimo s $H_1()$. Ničelna hipoteza vedno trdi, da je parameter (npr. povprečje populacije) enak neki vrednosti, npr.:

$$H_0(m = 20), \quad (1)$$

alternativna pa, da je bodisi neenak (dvostranska), manjši (leva enostranska) ali večji (desna enostranska) od te vrednosti, npr.:

$$H_1(m \neq 20), \quad \text{ali} \quad H_1(m < 20), \quad \text{ali} \quad H_1(m > 20). \quad (2)$$

Hipoteze preverjamo v osmih korakih:

1. Glede na nalogo izberemo parameter porazdelitve naključne spremenljivke, katerega vrednost preverjamo.
2. Za izbrani parameter postavimo ničelno hipotezo $H_0()$.
3. Glede na nalogo postavimo alternativno hipotezo $H_1()$, ki je lahko dvostranska, leva enostranska ali desna enostranska.
4. Izberemo stopnjo značilnosti testa α , običajno vzamemo $\alpha = 0.05$ ali 0.01 .
5. Na podlagi cenilke v 1. koraku izbranega parametra izberemo primerno testno statistiko.
6. Za izbrano testno statistiko določimo interval zavračanja oz. sprejemanja ničelne hipoteze glede na izbrano alternativno hipotezo. Meji intervala imenujemo kritični vrednosti testne statistike.
7. Izračunamo vrednost testne statistike.
8. Glede na (ne)vključenost vrednosti testne statistike v interval zavračanja se odločimo o veljavnosti ničelne hipoteze.

Pri testiranju hipotez so glede na dejansko veljavnost $H_0()$ možne naslednje štiri situacije:

	$H_0()$ dejansko drži	$H_0()$ dejansko ne drži
$H_0()$ s testom zavrnamo	napaka 1. vrste	pravilna odločitev
$H_0()$ s testom ne zavrnamo	pravilna odločitev	napaka 2. vrste

Napako 1. vrste imenujemo tudi tveganje proizvajalca (npr. da je ustrezna serija pri statističnem testu spoznana kot neustrezna in zato zavrjnena) in jo običajno izberemo pred izvajanjem testa. Verjetnost zanjo je:

$$P(\text{napaka 1. vrste}) = \alpha. \quad (3)$$

Napako 2. vrste imenujemo tudi tveganje kupca (npr. da je sprejeta neustrezna serija, ki pa je bila pri testu spoznana kot ustrezna) in je ne moremo določiti vnaprej, ker je odvisna od dejanskega stanja preverjane populacije. Verjetnost zanjo je:

$$P(\text{napaka 2. vrste}) = \beta. \quad (4)$$

Testiranje hipoteze za **povprečje** a) normalno porazdeljene populacije z znano varianco in poljubnim n ali b) poljubno porazdeljene populacije z neznano varianco in $n > 30$, kjer ocenimo $\sigma^2 = S^2$:

H ₀	H ₁	testna statistika	območje zavračanja H ₀
$m = m_0$	$m < m_0$ $m \neq m_0$ $m > m_0$	$Z = \frac{\langle X \rangle - m_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$z < -z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2} \cup z > z_{\alpha/2}$ $z > z_\alpha$

Testiranje hipoteze za **povprečje** normalno porazdeljene populacije z neznano varianco in $n < 30$:

H ₀	H ₁	testna statistika	območje zavračanja H ₀
$m = m_0$	$m < m_0$ $m \neq m_0$ $m > m_0$	$T = \frac{\langle X \rangle - m_0}{S/\sqrt{n}}$	$t < -t_{n-1;\alpha}$ $t < -t_{n-1;\alpha/2} \cup t > t_{n-1;\alpha/2}$ $t > t_{n-1;\alpha}$

Testiranje hipoteze za **varianco** normalno porazdeljene populacije:

H ₀	H ₁	testna statistika	območje zavračanja H ₀
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 < \sigma_0^2$ $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $\sigma^2 > \sigma_0^2$	$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	$\chi^2 < \chi_{n-1;1-\alpha}^2$ $\chi^2 < \chi_{n-1;1-\alpha/2}^2 \cup \chi^2 > \chi_{n-1;\alpha/2}^2$ $\chi^2 > \chi_{n-1;\alpha}^2$

Testiranje hipoteze za **delež populacije**, če lahko binomsko porazdelitev aproksimiramo z normalno:

H ₀	H ₁	testna statistika	območje zavračanja H ₀
$p = p_0$	$p < p_0$ $p \neq p_0$ $p > p_0$	$Z = \frac{p-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}$	$z < -z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2} \cup z > z_{\alpha/2}$ $z > z_\alpha$

Testiranje hipoteze za **vsoto (razliko) povprečij** a) normalno porazdeljenih populacij z znanima variancama in poljubnima n_1 in n_2 ali b) poljubno porazdeljenih populacij z neznanima variancama in $n_1 > 30$ ter $n_2 > 30$ kjer ocenimo $\sigma_1^2 = S_1^2$, $\sigma_2^2 = S_2^2$:

H ₀	H ₁	testna statistika	območje zavračanja H ₀
$m_1 \pm m_2 = \Delta_0$	$m_1 \pm m_2 < \Delta_0$ $m_1 \pm m_2 \neq \Delta_0$ $m_1 \pm m_2 > \Delta_0$	$Z = \frac{[(\langle X_1 \rangle \pm \langle X_2 \rangle) - \Delta_0]}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}$	$z < -z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2} \cup z > z_{\alpha/2}$ $z > z_\alpha$

Testiranje hipoteze za **vsoto (razliko) povprečij** normalno porazdeljenih populacij z neznanima, a podobnima variancama in poljubnima n_1 in n_2 :

H ₀	H ₁	testna statistika	območje zavračanja H ₀
$m_1 \pm m_2 = \Delta_0$	$m_1 \pm m_2 < \Delta_0$ $m_1 \pm m_2 \neq \Delta_0$ $m_1 \pm m_2 > \Delta_0$	$T = \frac{[(\langle X_1 \rangle \pm \langle X_2 \rangle) - \Delta_0]}{S_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}$ $S_p^2 = ((n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2) / (n_1 + n_2 - 2)$	$t < -t_{n_1+n_2-2;\alpha}$ $t < -t_{n_1+n_2-2;\alpha/2} \cup t > t_{n_1+n_2-2;\alpha/2}$ $t > t_{n_1+n_2-2;\alpha}$

Testiranje hipoteze za **vsoto (razliko) deležev populacij**, pri katerih lahko binomski porazdelitvi aproksimiramo z normalnima:

H ₀	H ₁	testna statistika	območje zavračanja H ₀
$p_1 \pm p_2 = \Delta_0$	$p_1 \pm p_2 < \Delta_0$ $p_1 \pm p_2 \neq \Delta_0$ $p_1 \pm p_2 > \Delta_0$	$Z = \frac{(p_1 \pm p_2) - \Delta_0}{\sqrt{p_1(1-p_1)/n_1 + p_2(1-p_2)/n_2}}$	$z < -z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2} \cup z > z_{\alpha/2}$ $z > z_\alpha$

Testiranje hipoteze za **razmerje varianc** normalno porazdeljenih populacij:

H ₀	H ₁	testna statistika	območje zavračanja H ₀
$\sigma_1^2/\sigma_2^2 = \Delta_0$	$\sigma_1^2/\sigma_2^2 < \Delta_0$ $\sigma_1^2/\sigma_2^2 \neq \Delta_0$ $\sigma_1^2/\sigma_2^2 > \Delta_0$	$F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}$	$f < 1/f_{n_2-1, n_1-1; \alpha}$ $f < 1/f_{n_2-1, n_1-1; \alpha/2} \cup f > f_{n_1-1, n_2-1; \alpha/2}$ $f > f_{n_1-1, n_2-1; \alpha}$