Osnove teorije cenilk - intervalno ocenjevanje parametrov
Pri intervalnem ocenjevanju parametrov na podlagi vzorca $\mathbf{V} = (X_1, X_2, ..., X_n)$ določimo **interval zaupanja** $[l, u]$, za katerega s **stopnjo zaupanja** $(1-\alpha)$ oziroma **stopnjo tveganja** α zaupamo, da vsebuje pravo vrednost ocenjevanega parametra θ:

$$P\,(l \leq \theta \leq u) = 1 - \alpha\,. \tag{1}$$

Intervalne ocene so lahko dvostranske ali pa leve oziroma desne enostranske:

$$l \leq \theta \leq u \qquad \text{ali} \qquad l \leq \theta \qquad \text{oziroma} \qquad \theta \leq u\,. \tag{2}$$

Napaka intervalne ocene je $|l-\theta|$ oziroma $|u-\theta|$.

Če je porazdelitev X_i iz vzorca *normalna z znano varianco* σ^2, je dvostranski interval zaupanja za **povprečje** m te porazdelitve:

$$\langle x \rangle - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \langle x \rangle + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,. \tag{3}$$

Pri tem upoštevamo, da je naključna spremenljivka

$$Z = \frac{\langle X \rangle - m}{\sigma/\sqrt{n}} \tag{4}$$

normalno porazdeljena. Vrednost $z_{\alpha/2}$ določimo tako, da je $\Phi(z_{\alpha/2}) = (1-\alpha)/2$.

Če je porazdelitev X_i iz vzorca *poljubna z neznano varianco* σ^2 in je *vzorec velik* $(n > 30)$, je dvostranski interval zaupanja za **povprečje** m te porazdelitve:

$$\langle x \rangle - z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} < m < \langle x \rangle + z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}\,, \tag{5}$$

kjer je namesto neznane variance σ^2 uporabljena popravljena vzorčna varianca S^2, ki je naključna spremenljivka. V gornji enačbi nastopa njena realizacija s^2, izračunana iz vzorca. Pri tem upoštevamo, da je naključna spremenljivka

$$Z = \frac{\langle X \rangle - m}{S/\sqrt{n}} \tag{6}$$

po centralnem limitnem teoremu za velik n normalno porazdeljena. Vrednost $z_{\alpha/2}$ določimo kot zgoraj.

Če je porazdelitev X_i iz vzorca *normalna z neznano varianco* σ^2 in je *vzorec majhen* $(n < 30)$, je dvostranski interval zaupanja za **povprečje** m te porazdelitve:

$$\langle x \rangle - t_{n-1;\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} < m < \langle x \rangle + t_{n-1;\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}\,, \tag{7}$$

kjer je namesto neznane variance σ^2 uporabljena popravljena vzorčna varianca S^2. Pri tem upoštevamo, da je naključna spremenljivka

$$T = \frac{\langle X \rangle - m}{S/\sqrt{n}} \tag{8}$$

Studentovo ali t-porazdeljena z $n-1$ prostostnimi stopnjami. Vrednosti $t_{n-1;\alpha/2}$ odčitamo iz tabele A.2.

Če je porazdelitev X_i iz vzorca *normalna*, je dvostranski interval zaupanja za **varianco** σ^2 te porazdelitve:

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1;\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}} . \tag{9}$$

Pri tem upoštevamo, da je naključna spremenljivka

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \tag{10}$$

χ^2-porazdeljena z $n-1$ prostostnimi stopnjami. Vrednosti $\chi^2_{n-1;\alpha/2}$ in $\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}$ odčitamo iz tabele A.3.

Približni dvostranski interval zaupanja za **delež** p **populacije** pri *velikem vzorcu* je:

$$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} < p < \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} . \tag{11}$$

Pri tem upoštevamo, da lahko binomsko porazdelitev aproksimiramo z normalno.

Dvostranski interval zaupanja za **vsoto (razliko) povprečij** m_1 in m_2 *normalno porazdeljenih* populacij z *znanima variancama* je:

$$\langle x_1\rangle \pm \langle x_2\rangle - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < m_1 \pm m_2 < \langle x_1\rangle \pm \langle x_2\rangle + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} , \tag{12}$$

V kolikor sta populaciji *poljubno porazdeljeni* z *neznanima variancama* in *velikima vzorcema*, je interval enak zgornjemu, le da σ_1^2 in σ_2^2 nadomestimo z vzorčnima variancama s_1^2 in s_2^2.

Dvostranski interval zaupanja za **vsoto (razliko) povprečij** m_1 in m_2 *normalno porazdeljenih populacij* z *neznanima variancama* in pri *majhnih vzorcih* je:

$$\langle x_1\rangle \pm \langle x_2\rangle - t_{n_1+n_2-2;\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < m_1 \pm m_2 < \langle x_1\rangle \pm \langle x_2\rangle + t_{n_1+n_2-2;\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} , \tag{13}$$

kjer je s_p kombinirana vzorčna standardna deviacija oziroma s_p^2 varianca:

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} . \tag{14}$$

Približni dvostranski interval zaupanja za **vsoto (razliko) deležev** p_1 **in** p_2 **dveh populacij** pri *velikih vzorcih* je:

$$\hat{p}_1 \pm \hat{p}_2 - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} < p_1 \pm p_2 < \hat{p}_1 \pm \hat{p}_2 + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} . \tag{15}$$

Pri tem predpostavljamo, da lahko binomski porazdelitvi aproksimiramo z normalnima.