

Funkcije skalarnih spremenljivk: Če poznamo gostoto verjetnosti $f_X(x)$ naključne spremenljivke X in zvezo X s spremenljivko Y : $Y = g(X)$, potem lahko gostoto verjetnosti $f_Y(y)$ naključne spremenljivke Y izračunamo z inverzno funkcijo $X = h(Y) = g^{-1}(Y)$:

$$f_Y(y) = f_X(h(y)) \left| \frac{dh(y)}{dy} \right|. \quad (1)$$

Gornja enačba velja, kadar je funkcija $g(X)$ monotona. Kadar to ne drži, jo razdelimo na k odsekov monotoni delov $g_i(X)$ z ustreznimi inverznimi funkcijami $h_i(Y)$:

$$f_Y(y) = \sum_{i=1}^k f_X(h_i(y)) \left| \frac{dh_i(y)}{dy} \right|. \quad (2)$$

Skalarna funkcija vektorskih spremenljivk: Če poznamo gostoto povezane verjetnosti $f_{XY}(x, y)$ ter zvezo spremenljivk X in Y s spremenljivko $Z = g(X, Y)$, lahko izračunamo gostoto verjetnosti $f_Z(z)$. Izraz za $f_Z(z)$ je v splošnem odvisen od zveze $g(X, Y)$. V najbolj preprostem primeru $Z = X + Y$ velja:

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x, z-x) dx \stackrel{(X \text{ in } Y \text{ neodvisni})}{=} \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) f_Y(z-x) dx. \quad (3)$$

Statistična povprečja

Začetni momenti diskretnih in zveznih naključnih spremenljivk so definirani z:

$$m_k = E[X^k] = \sum_{i=1}^n x_i^k P(X = x_i), \quad (4)$$

$$m_k = E[X^k] = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x) dx.$$

Središčni momenti diskretnih in zveznih naključnih spremenljivk so definirani z:

$$\mu_k = E[(X - E[X])^k] = \sum_{i=1}^n (x_i - E[X])^k P(X = x_i), \quad (5)$$

$$\mu_k = E[(X - E[X])^k] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E[X])^k f(x) dx.$$

Prvi začetni moment m_1 imenujemo **povprečje** m ali srednja vrednost, drugega središčnega μ_2 pa **varianca** $\text{Var}[X]$. Pri izračunu variance si lahko pomagamo tudi z zvezo:

$$\text{Var}[X] = E[X^2] - (E[X])^2. \quad (6)$$

Začetni in središčni momenti pri vektorskih naključnih spremenljivkah so definirani podobno. Za dvokomponentne vektorje sta definiciji:

$$E[X^j Y^k] = \iint x^j y^k f_{XY}(x, y) dx dy, \quad (7)$$

$$E[(X - E[X])^j (Y - E[Y])^k] = \iint (x - E[X])^j (y - E[Y])^k f_{XY}(x, y) dx dy.$$

Pri vektorskih naključnih spremenljivkah najpogosteje uporabljamo prvi začetni $E[XY]$ in prvi središčni moment $E[(X - m_X)(Y - m_Y)]$, ki ju imenujemo korelacija $\text{Cor}[X, Y]$ in kovarianca $\text{Cov}[X, Y]$. Med njima velja zveza:

$$\text{Cov}[X, Y] = \text{Cor}[X, Y] - m_X m_Y. \quad (8)$$