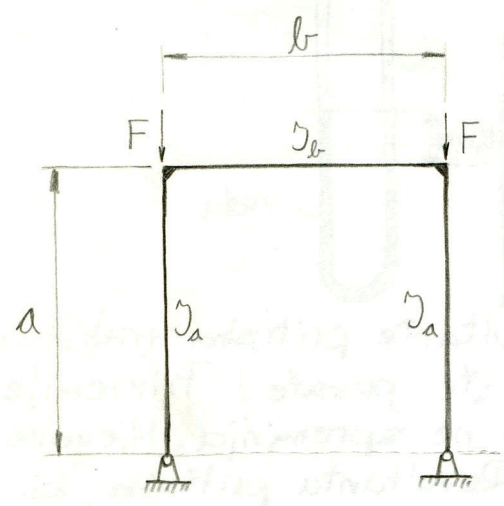


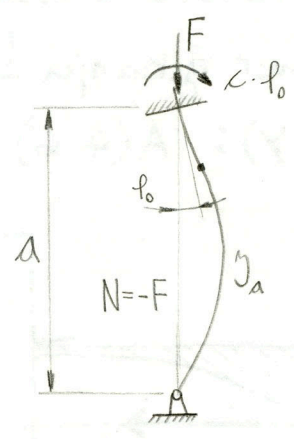
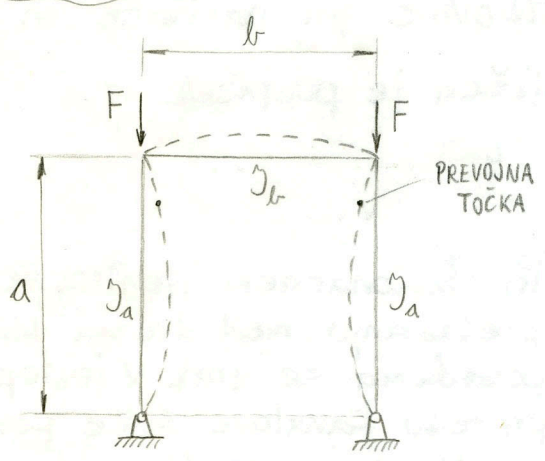
Določite pogojne enačbe za izračun kritične uklonke sile za vse možne oblike deformacije pri uklonu okvirne konstrukcije.



za narisani primer obstajajo tri možne oblike deformacije pri uklonu:

1. simetrični uklon
2. antisimetrični uklon (brez prečnega premika)
3. antisimetrični uklon (s prečnim premikom)

1. SIMETRIČNI UKLON

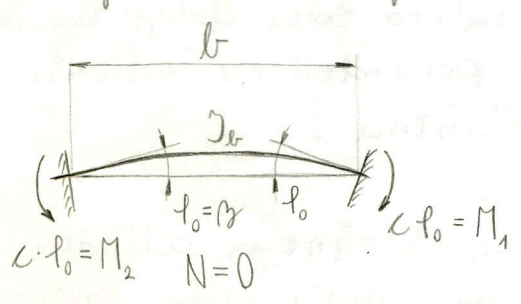


uporabimo lahko enačbo (8):

$$C = \frac{\Delta^2 a \cdot E \cdot \gamma_a \cdot \text{tg} \Delta a}{\Delta a - \text{tg} \Delta a}$$

$$\omega^2 = \frac{F}{EJ_a}$$

uzmetno konstanto c določimo iz horizontalnega dela konstrukcije:



uporabimo lahko enačbo (14):

$$\rho_0 = \frac{M_2 L}{3EJ_b} \cdot \psi(u) + \frac{M_1 L}{6EJ_b} \cdot \chi(u)$$

pri nas:

$$\rho_0 = \frac{c \cdot \rho_0 \cdot b}{3E \cdot J_b} \cdot 1 + \frac{c \cdot \rho_0 \cdot b}{6E \cdot J_b} \cdot 1 \cdot \left\{ \frac{1}{\rho_0} \right.$$

$$1 = \frac{c \cdot b}{2EJ_b} \Rightarrow c = \frac{2EJ_b}{b}$$

izraza za vzmetno konstanto c lahko izenačimo:

(2)

$$\frac{2EJ_b}{b} = \frac{\Delta^2 a E J_a \cdot \operatorname{tg} \Delta a}{\Delta a - \operatorname{tg} \Delta a}$$

enačbo še preuredimo in dobimo:

$$1 + \frac{(\Delta a)^2 b J_a}{2 a J_b} = \frac{\Delta a}{\operatorname{tg} \Delta a}$$

pregojna enačba za simetrični uklon

če upoštevamo: $b = \frac{a}{2}$ in $J_b = \frac{J_a}{2}$ dobimo:

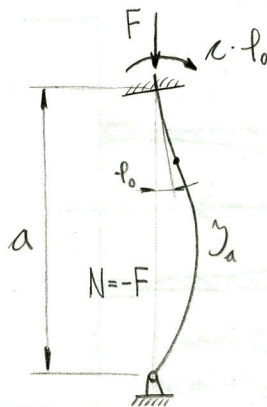
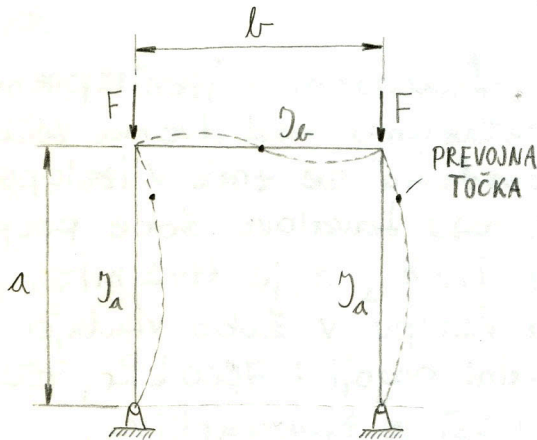
$$\operatorname{tg} \Delta a = \frac{2 \Delta a}{2 + (\Delta a)^2}$$

$$\Delta a = 3,59088 ; \Delta^2 = \frac{F}{EJ_a}$$

$$F_{KR} = \frac{12,8944 \cdot EJ_a}{a^2}$$

$$\text{ali } F_{KR} = \frac{\pi^2 EJ_a}{(0,8749 \cdot a)^2}$$

2. ANTISIMETRIČNI UKLON (brez prečnega premika)



uporabimo lahko enačbo (8):

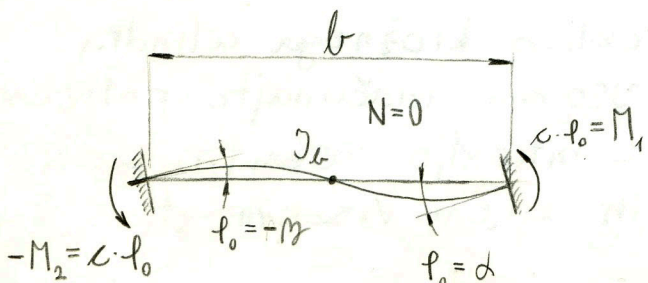
$$c = \frac{\Delta^2 a E J_a \cdot \operatorname{tg} \Delta a}{\Delta a - \operatorname{tg} \Delta a}$$

$$\Delta^2 = \frac{F}{EJ_a}$$

vzmetno konstanto c določimo iz horizontalnega dela konstrukcije:

uporabimo lahko enačbo (14):

$$\beta_2 = \frac{M_2 L}{3EJ} \cdot \Psi(u) + \frac{M_1 L}{6EJ} \cdot \chi(u)$$



pri nas: $-p_0 = \frac{-c \cdot p_0 \cdot b}{3EJ_b} \cdot 1 + \frac{+c \cdot p_0 \cdot b}{6EJ_b} \cdot 1 \left\{ \frac{1}{p_0} \right.$

$$1 = \frac{c \cdot b}{6EJ_b} \Rightarrow c = \frac{6EJ_b}{b}$$

izraz za vzmetno konstanto k lahko izenačimo:

$$\frac{6EJ_k}{l} = \frac{\omega^2 \Delta E \cdot J_a \cdot \text{tg} \Delta a}{\Delta a - \text{tg} \Delta a}$$

enačbo še preuredimo in dobimo:

$$1 + \frac{(\Delta a)^2 \cdot l \cdot J_a}{6a J_k} = \frac{\Delta a}{\text{tg} \Delta a}$$

!
pogojna enačba za antisimetrični uklon (brez prečnega premika)

če upoštevamo: $l = \frac{a}{2}$ in $J_k = \frac{J_a}{2}$ dobimo:

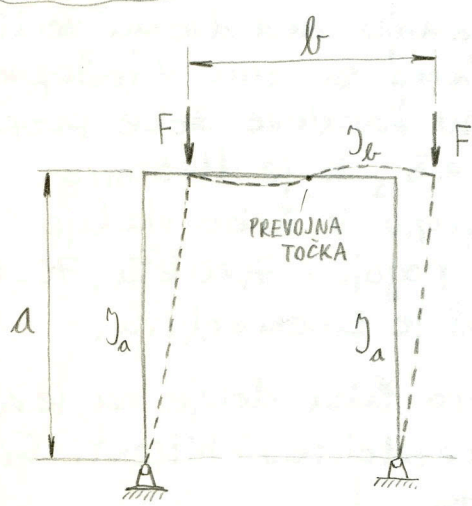
$$\text{tg} \Delta a = \frac{6 \Delta a}{6 + (\Delta a)^2}$$

$$\Delta a = 3,97202 ; \omega^2 = \frac{F}{EJ_a}$$

vidimo, da dobimo pri simetričnem uklonu nižjo kritično uklonsko silo.

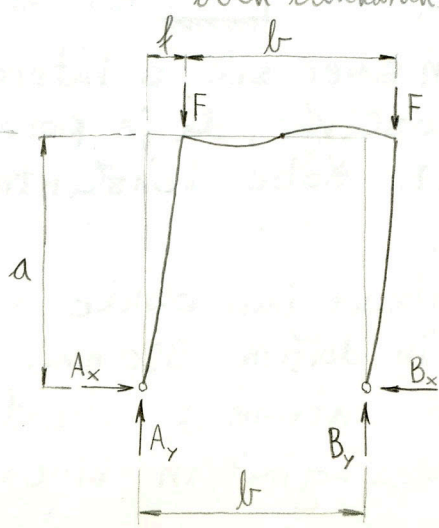
$$\left\{ \begin{aligned} F_{KR} &= \frac{15,7769 \cdot EJ_a}{a^2} \\ \text{ali} \\ F_{KR} &= \frac{\pi^2 EJ_a}{(0,7909 \cdot a)^2} \end{aligned} \right.$$

3. ANTISIMETRIČNI UKLON (s prečnim premikom)



Ta primer je nekoliko zahtevnejši.

Določimo najprej velikost horizontalnih sil v obeh členkastih podporah. Zapišimo reakcije:



$$A_x - B_x = 0 \Rightarrow A_x = B_x$$

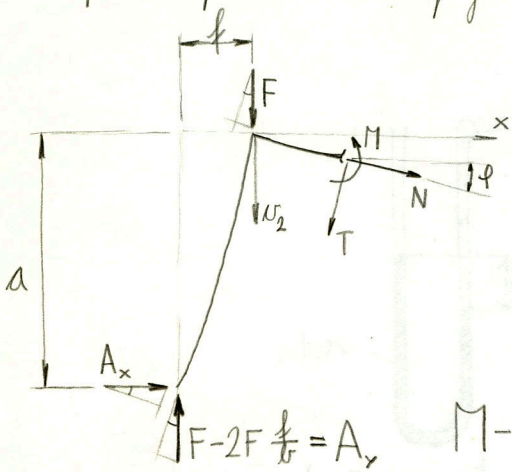
$$A_y + B_y - 2F = 0$$

$$F \cdot \frac{b}{2} + F \cdot (b + \frac{b}{2}) - B_y \cdot b = 0$$

$$B_y = F + 2F \cdot \frac{1}{2}$$

$$A_y = F - 2F \cdot \frac{1}{2}$$

Rajirimo porazdelitev upogibnih momentov v horizontalnem delu nosilca:



$$M + F \cdot x - (F - 2F \frac{l}{a}) \cdot (l + x) + A_x \cdot (a - u_2) = 0$$

$$M + Fx - F \cdot l - Fx + 2F \frac{l^2}{a} + 2F \frac{l \cdot x}{a} + A_x \cdot (a - u_2) = 0$$

ZANEMARIMO

$$M - F \cdot l + 2F \frac{l \cdot x}{a} + A_x \cdot (a - u_2) = 0$$

$$M = F \cdot l - 2F \frac{l \cdot x}{a} - A_x \cdot (a - u_2)$$

pri $x = \frac{l}{2}$ mora biti moment enak nič (prevojna točka): $u_2(x = \frac{l}{2}) = 0$

$$M(x = \frac{l}{2}) = F \cdot l - 2F \cdot \frac{l \cdot \frac{l}{2}}{a} - A_x \cdot (a - 0) = 0$$

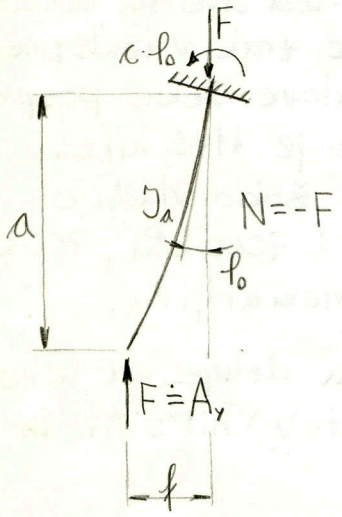
$$M(x = \frac{l}{2}) = -A_x \cdot a = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{\underline{A_x = 0}}$$

Torej morata biti obe horizontalni sili v identičnih podporah enaki nič: $A_x = B_x = 0$

Ker sta sili A_x in B_x enaki nič, lahko za vertikalni del okvirja rajiramo:



za pogojno enačbo lahko uporabimo enačbo (15):

$$\text{tg } \Delta L = \frac{\kappa}{EJ \Delta}$$

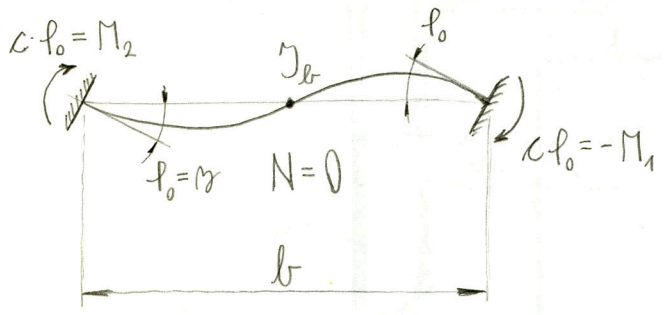
pri mar:

$$\text{tg } \Delta \alpha = \frac{\kappa}{EJ_a \Delta} \quad ; \quad \Delta^2 = \frac{F}{EJ_a}$$

neznano konstanto κ lahko določimo iz horizontalnega dela konstrukcije.

OPOMBA: za horizontalni del okvirja je potrebno za silo A_x upoštevati pravo vrednost ($A_x = F - 2F \frac{l}{a}$), saj tam sila A_y deluje v prečni smeri. V vertikalnem delu okvirja pa sila A_y deluje v osni smeri nosilca, zato jo lahko upoštevamo po teoriji I. reda ($A_y \doteq F$ - ravnovesje na nedeformiranem sistemu).

horizontalni del konstrukcije:



uporabimo lahko enačbo (14):

$$\Delta_b = \frac{M_2 L}{3EJ_b} \cdot \psi(u) + \frac{M_1 L}{6EJ_b} \cdot \chi(u)$$

pri tem:

$$p_0 = \frac{c \cdot p_0 \cdot b}{3EJ_b} \cdot 1 + \frac{-c \cdot p_0 \cdot b}{6EJ_b} \cdot 1 \left\{ \cdot \frac{1}{b} \right.$$

$$1 = \frac{c \cdot b}{6EJ_b} \Rightarrow c = \frac{6EJ_b}{b}$$

oba izraza pa vzmetni konstanti c

izenačimo in dobimo:

$$\text{tg } \Delta a = \frac{6EJ_b}{bEJ_a \Delta}$$

$$\text{tg } \Delta a = \frac{6 \cdot J_b}{\Delta b J_a}$$

- pogojna enačba za antisimetrični uklon (s prečnim prenikom)

če upoštevamo $b = \frac{a}{2}$ in $J_b = \frac{J_a}{2}$ dobimo:

$$\text{tg } \Delta a = \frac{6}{\Delta a}$$

$$\Delta a = 1,349553$$

$$\frac{F_{KR}}{EJ_a} \cdot a^2 = 1,82129$$

$$F_{KR} = \frac{1,82129 \cdot EJ_a}{a^2} = \frac{\pi^2 \cdot EJ_a}{(2,32788 \cdot a)^2}$$

S primerjavo vseh treh rezultatov lahko opazimo, da dobimo najnižjo uklonsko silo v tretjem primeru: ANTISIMETRIČNI UKLON S PREČNIM PREMNIKOM. V tem primeru je vertikalni del konstrukcije, kjer se pojavi tlačna osna sila $N = -F$, najmanj upogiben. Poseben primer okvirne konstrukcije ($b = \frac{a}{2}$, $J_b = \frac{J_a}{2}$) tako ukloni pri rumeniji sili:

$$F_{KR} = \frac{1,82129 \cdot EJ_a}{a^2} = \frac{\pi^2 EJ_a}{(2,32788 a)^2}$$