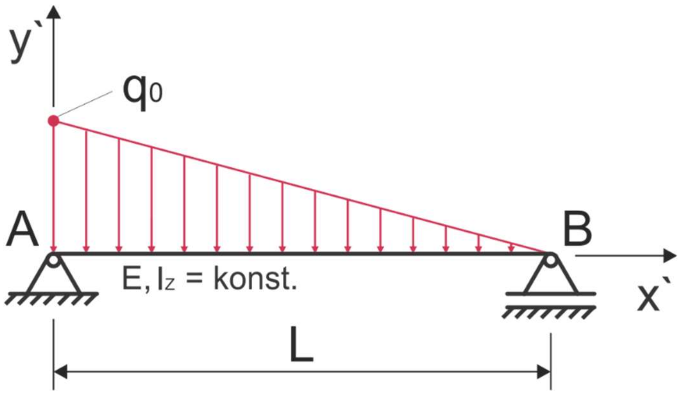
Dodatna naloga 1

Določite enačbo upogibnice ter mesto in velikost največjega povesa za nosilec na sliki.

q_0, L, E, I_z – vzemite kot znane vrednosti

$y(x) = ?,\ x_{\mathrm{MAX}} = ?,\ y_{\mathrm{MAX}} = ?$



Rešitev:

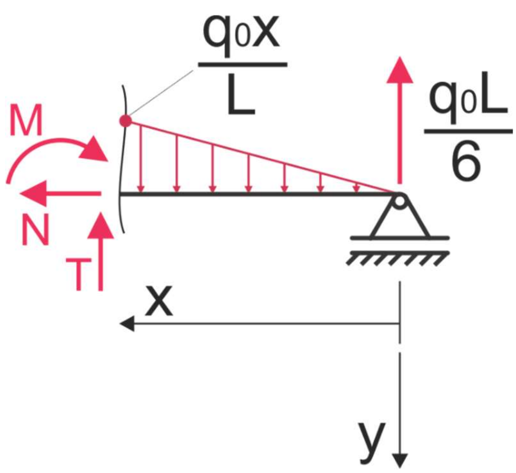
- izračunamo reakcijske sile:

$$A_{x`} = 0,\ \ A_{y`} = \frac{q_0 L}{3},\ \ B = \frac{q_0 L}{6}$$

- izračunamo notranji upogibni moment:

$$M(x) = -\frac{q_0 x^3}{6L} + \frac{q_0 L x}{6}$$

- enačbo momenta vstavimo v diferencialno enačbo upogibnice in dvakrat integriramo:



$$y``(x) = -\frac{M(x)}{EI_z} = \frac{q_0}{EI_z}\left(\frac{x^3}{6L} - \frac{Lx}{6}\right)$$

$$y`(x) = \frac{q_0}{EI_z}\left(\frac{x^4}{24L} - \frac{Lx^2}{12}\right) + C_1$$

$$y(x) = \frac{q_0}{EI_z}\left(\frac{x^5}{120L} - \frac{Lx^3}{36}\right) + C_1 x + C_2$$

- zapišemo robne pogoje in izračunamo vrednost integracijskih konstant:

$$y(x=0) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0$$

$$y(x=L) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = \frac{7 q_0 L^3}{360 EI_z}$$

- poiščemo maksimum funkcije upogibnice. Ta bo zagotovo v stacionarni točki funkcije, saj na robovih polja ne more biti. **Namig:** uvedba nove spremenljivke $a = x^2/L^2$ za izračun stacionarnih točk.

$$y`(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{MAX} = \sqrt{1 - \frac{2\sqrt{30}}{15}}\,L \quad \text{(dobimo tudi še tri stacionarne točke, a so izven polja)}$$

$$y_{MAX} \approx 0{,}0065222 \frac{q_0 L^4}{EI_z}$$