

## Dodatna naloga 2

Določite sile in napetosti v gredih/palicah za  $\Delta T = 50^\circ\text{C}$  in  $\Delta T = 80^\circ\text{C}$ . Segrevamo le desno gred!

$$E_{cu} = 1,25 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

$$E_{je} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

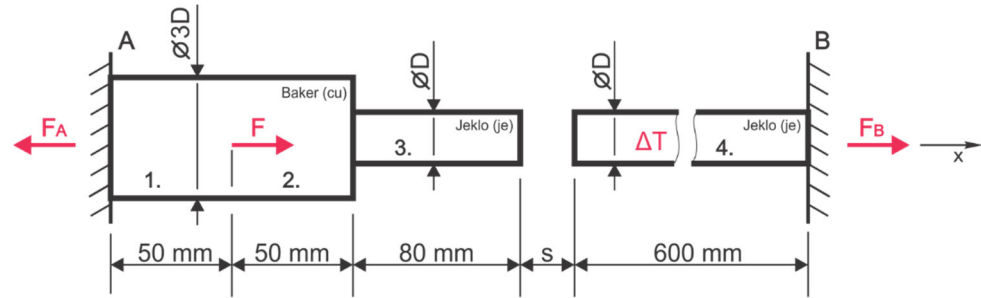
$$\alpha_{je} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

$$D = 40 \text{ mm}$$

$$\Delta T = 50^\circ\text{C}, 80^\circ\text{C}$$

$$F = 500000 \text{ N}$$

$$s = 0,5 \text{ mm}$$



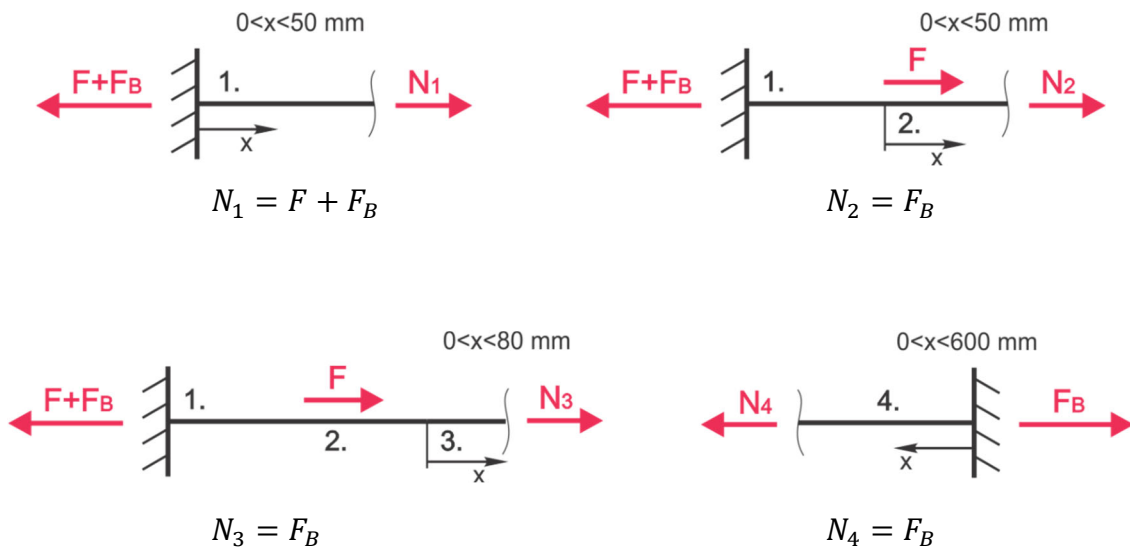
$$N_1, N_2, N_3, N_4 = ?$$

$$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4 = ?$$

a) Zapišemo ravnovesno enačbo za sile v smeri osi  $x$ :

$$\sum F_{ix} = 0; \quad -F_A + F + F_B = 0 \Rightarrow F_A = F + F_B \quad (1)$$

b) Nosilec razrežemo po poljih. Pri tem že upoštevamo enačbo (1), da se znebimo ene neznanke ( $F_A$ ):



c) Preverimo, če leva in desna gred prideta v stik. Preverjanje začnemo iz začetnega stanja, ko gredi nista v stiku. Takrat velja, da je  $F_B = 0$ , iz česar lahko takoj izračunamo vse notranje sile:

$$F_B = 0 \Rightarrow N_2 = N_3 = N_4 = 0, \quad N_1 = F = 500000 \text{ N}$$

Ker so notranje sile znane, lahko izračunamo skupen raztezek vseh gredi/polj (označimo z  $\Delta L$ ):

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3 + \Delta L_4$$

$$\Delta L_i = \frac{N_i L_i}{E_i A_i} + L_i \alpha_i \Delta T_i$$

- za  $\Delta T = \Delta T_4 = 50^\circ\text{C}$  dobimo:

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3 + \Delta L_4 = 0,37768 \text{ mm (gredi ne prideta v stik, ker je } \Delta L < s)$$

Pri segrevanju desne gredi za  $\Delta T = 50^\circ\text{C}$  tako že imamo rezultat:

$$N_1 = 500000 \text{ N}$$

$$N_2 = N_3 = N_4 = 0$$

Izračunamo lahko še napetosti:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i} \Rightarrow \sigma_1 = 44,21 \text{ MPa}, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = 0$$

- za  $\Delta T = \Delta T_4 = 80^\circ\text{C}$  pa dobimo:

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3 + \Delta L_4 = 0,59368 \text{ mm (gredi prideta v stik, ker je } \Delta L > s)$$

Pri segrevanju desne gredi za  $\Delta T = 80^\circ\text{C}$ , gredi prideta v stik in pojavi se neznan reakcijska sila v podpori B, ki je iz statike ne moremo izračunati (zaradi pojava te sile pa se tudi reakcijska sila v podpori A spremeni). Za preračun reakcijskih sil in notranjih sil v gredeh sedaj potrebujemo deformacijsko enačbo. Velja, da ko sta gredi v stiku, mora biti seštevek vseh raztezkov posameznih gredi/polj točno enak začetni zračnosti med gredema – to velja tako, ko se gredi ravno dotakneta, kot če jih naprej obremenjujemo (če pri tem ostajata v stiku). Deformacijska enačba je tako:

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3 + \Delta L_4 = s$$

$$\frac{N_1 L_1}{E_{cu} A_1} + \frac{N_2 L_2}{E_{cu} A_2} + \frac{N_3 L_3}{E_{je} A_3} + \frac{N_4 L_4}{E_{je} A_4} + L_4 \alpha_{je} \Delta T_4 = s$$

Notranje sile v zgornji enačbi lahko izrazimo z reakcijsko silo v podpori B (pod točko b)):

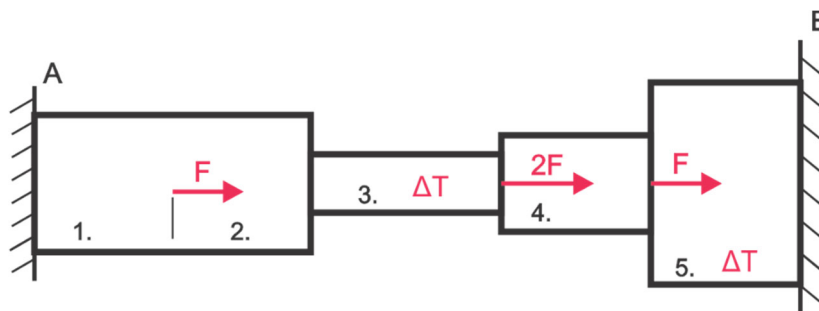
$$\frac{(F + F_B) L_1}{E_{cu} A_1} + \frac{F_B L_2}{E_{cu} A_2} + \frac{F_B L_3}{E_{je} A_3} + \frac{F_B L_4}{E_{je} A_4} + L_4 \alpha_{je} \Delta T_4 = s$$

Iz zgornje enačbe lahko izračunamo  $F_B$  in zatem še sile v gredeh/poljih ter napetosti:

$$F_B = -35385 \text{ N}, \quad F_A = 464615 \text{ N}, \quad N_1 = 464615 \text{ N}, \quad N_2 = N_3 = N_4 = -35385 \text{ N}$$

$$\sigma_1 = 41,08 \text{ MPa}, \quad \sigma_2 = -3,13 \text{ MPa}, \quad \sigma_3 = -28,16 \text{ MPa}, \quad \sigma_4 = -28,16 \text{ MPa}$$

Dodatno vprašanje: kakšna je deformacijska enačba za spodnji primer (celoten element/gred je iz enega kosa in je pritrjen na podpori A in B, tako da ti podpori lahko prenašata tako natezno, kot tlačno obremenitev)?



Odgovor:  $\Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3 + \Delta L_4 + \Delta L_5 = 0$