

Dodatna naloga 1

Za konstrukcijo na sliki preverite statično določенost in izračunajte sile v palicah in raztezke palic.

$$E_{cu} = 100 \text{ GPa}$$

$$E_{je} = 200 \text{ GPa}$$

$$L_1 = 2 \text{ m} = L_{je}$$

$$L_2 = 1 \text{ m}$$

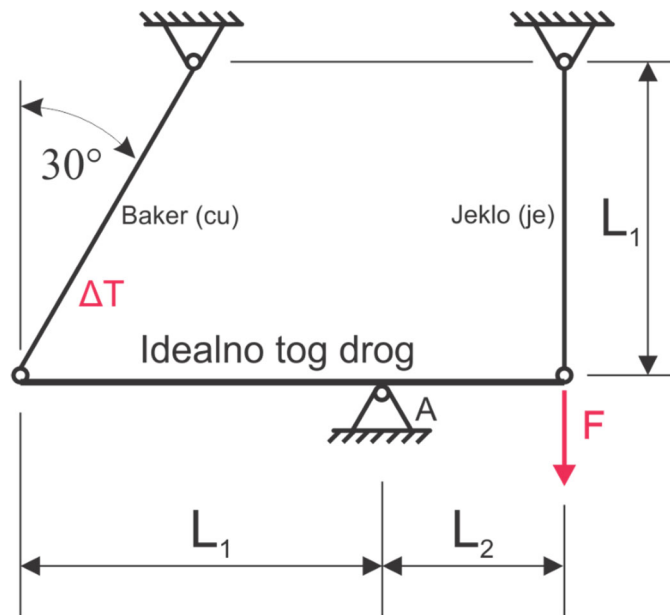
$$\alpha_{cu} = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

$$\Delta T = 30^\circ \text{C}$$

$$F = 5 \text{ kN}$$

$$A_{je} = 1200 \text{ mm}^2$$

$$A_{cu} = 1500 \text{ mm}^2$$



a) Statična določенost = ?

b) $N_{je}, N_{cu}, \Delta L_{je}, \Delta L_{cu} = ?$

a) Preverimo statično določенost po enačbi:

$$2 \cdot \check{c} + n = 3 \cdot p + 2 \cdot v$$

$$2 \cdot 7 + 6 \neq 3 \cdot 3 + 2 \cdot 5$$

$20 > 19$ – sistem je 1x statično nedoločen

b) Zapišemo ravnovesne enačbe statike:

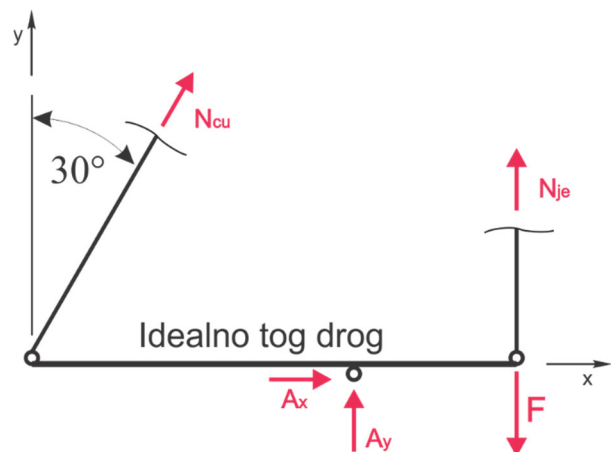
$$\sum F_{ix} = 0; \quad N_{cu} \sin 30^\circ + A_x = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad N_{cu} \cos 30^\circ + N_{je} + A_y - F = 0$$

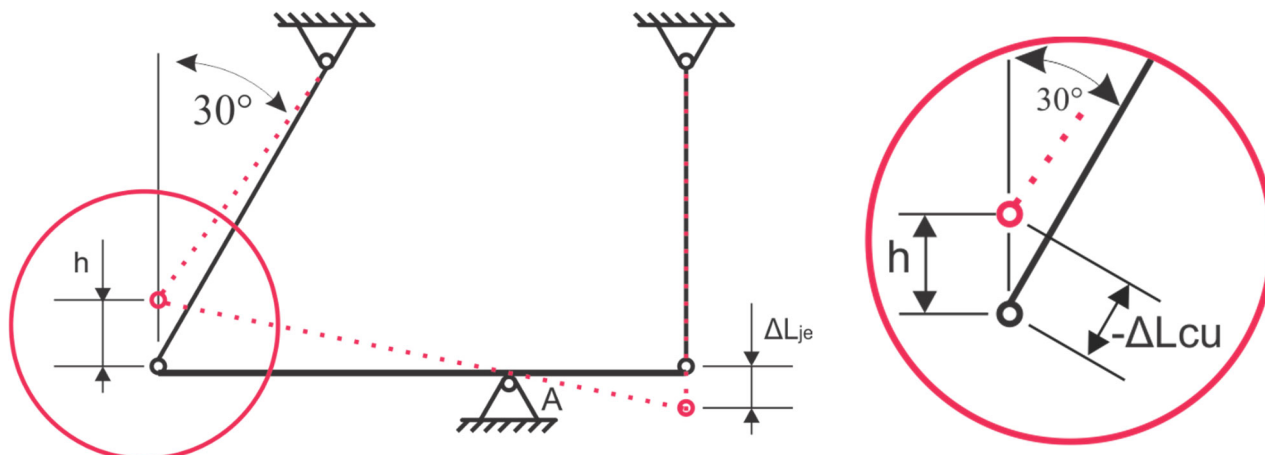
$$\sum M_{iA} = 0; \quad N_{cu} \cos 30^\circ L_1 - N_{je} L_2 + F L_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{je} = F + \sqrt{3} N_{cu} \quad (1)$$

Dobili smo sistem treh enačb s štirimi neznankami (dve sili v podpori A ter sili v bakreni in jekleni palici), kar pomeni, da potrebujemo še deformacijsko enačbo.

Ker smo pametno izbrali točko za zapis momentne ravnovesne enačbe, v slednji nastopata samo tisti dve neznanki, ki nas zanimata t.j. sili v palicah. Izkaže se, da lahko v takšnih primerih momentno enačbo in deformacijsko enačbo rešimo posebej kot sistem dveh enačb z dvema neznankama.



c) Zapišemo deformacijsko enačbo. Predpostavimo, da se jeklena palica raztegne, bakrena pa skrči. Idealno tog drog je nedeformabilen in se premakne kot togo telo (rotira okrog točke A). Ker so premiki majhni, lahko zanemarimo, da se vozlišča na drogu dejansko premikajo po krožnici (obravnavamo, kot da se vseskozi premikajo v isti smeri kot ob začetku deformiranja).



Iz podobnih trikotnikov z vrhom v točki A dobimo:

$$\frac{\Delta L_{je}}{L_2} = \frac{h}{L_1}$$

Iz detajla na desni sliki pa lahko razberemo:

$$h = \frac{-\Delta L_{cu}}{\cos 30^\circ} \Rightarrow \frac{\Delta L_{je}}{L_2} = \frac{-\Delta L_{cu}}{L_1 \cos 30^\circ}$$

V zadnjo enačbo vstavimo deformacijsko enačbo posamezne palice:

$$\Delta L_{cu} = \frac{N_{cu} L_{cu}}{E_{cu} A_{cu}} + L_{cu} \alpha_{cu} \Delta T, \quad \Delta L_{je} = \frac{N_{je} L_{je}}{E_{je} A_{je}}$$

Če v deformacijsko enačbo vstavimo še podatke in malo poračunamo, dobimo rezultat:

$$N_{je} = -\frac{16}{15} N_{cu} - 76800 \text{ N}$$

Zadnjo enačbo vstavimo v enačbo (1):

$$N_{je} = F + \sqrt{3} N_{cu}$$

$$-\frac{16}{15} N_{cu} - 76800 \text{ N} = F + \sqrt{3} N_{cu}$$

Iz zadnje enačbe lahko izračunamo osno silo v bakreni palici in zatem poračunamo še ostale rezultate:

$$N_{cu} = -29227,67 \text{ N (tlačna obremenitev)}$$

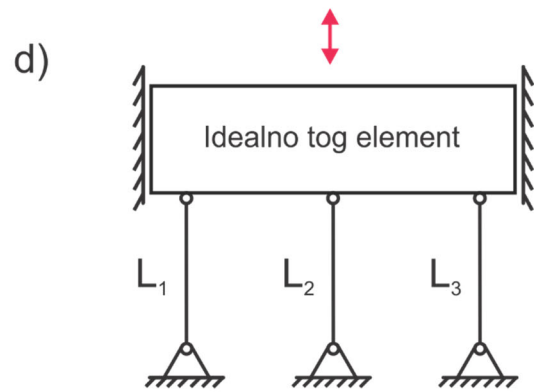
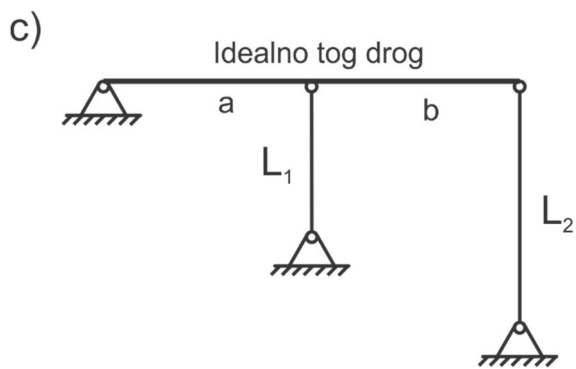
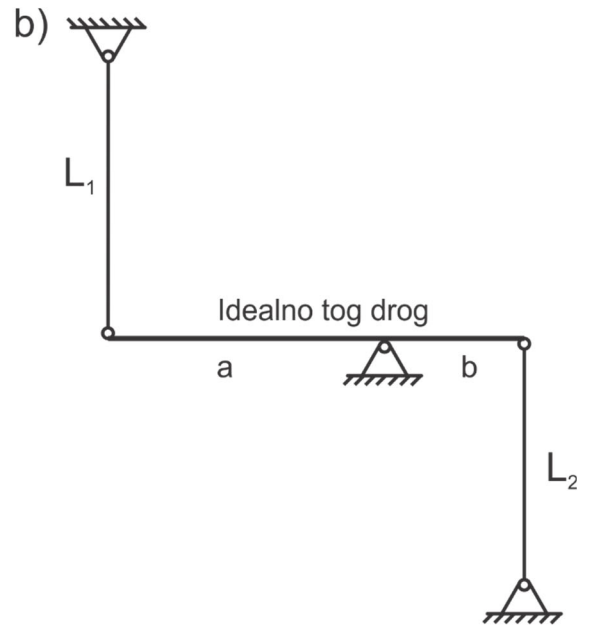
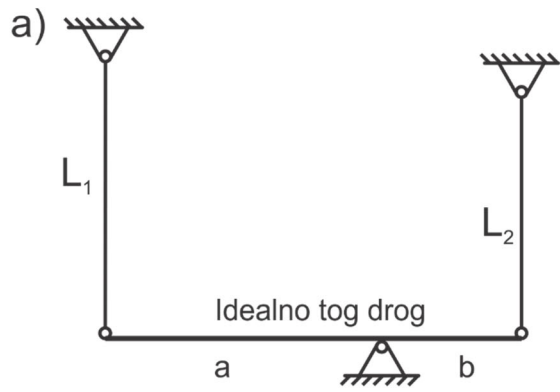
$$N_{je} = -45623,82 \text{ N (tlačna obremenitev)}$$

$$\Delta L_{cu} = 0,6585 \text{ mm (palica se raztegne)}$$

$$\Delta L_{je} = -0,3802 \text{ mm (palica se skrči)}$$

Opazimo lahko, da smo napačno predpostavili smer deformiranja sistema, saj se bakrena palica dejansko raztegne, jeklena se pa skrči. Rezultati so kljub temu pravilni.

Dodatek. Zapišite deformacijske enačbe za naslednje primere:



Odgovori:

a) $\frac{\Delta L_1}{a} = -\frac{\Delta L_2}{b}$

b) $\frac{\Delta L_1}{a} = \frac{\Delta L_2}{b}$

c) $\frac{\Delta L_1}{a} = \frac{\Delta L_2}{a+b}$

d) $\Delta L_1 = \Delta L_2 = \Delta L_3$