Vaja 14: Porušitvene hipoteze / kombinirana torzijska in upogibna obremenitev

Ko imamo opravka s kombinacijo večih obremenitev (npr. strižne sile in upogibnega momenta ali upogibnega momenta in torzijskega momenta), moramo pri dimenzioniranju upoštevati prispevek vseh napetosti, ki jih posamezne obremenitve povzročajo. Njihov skupni vpliv določimo z izračunom t.i. primerjalne napetosti. V naših primerih bomo uporabljali Huber-jevo primerjalno napetost za enoosne konstrukcijske elemente (nosilce), ki se pogosto uporablja za kovine. Huber-jevo primerjalno napetost izračunamo po enačbi:

$$\sigma_{\mathrm{P}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

σ_{P} - primerjalna napetost

σ - skupna normalna napetost v enoosnem konstrukcijskem elementu

τ - skupna strižna napetost v enoosnem konstrukcijskem elementu

Primerjalna napetost je nek algoritem (enačba), ki nam omogoča primerjavo poljubnega napetostnega stanja z napetostnim stanjem pri enoosnem nateznem preizkusu, s katerim pogosto merimo materialne lastnosti (npr. modul elastičnosti, Poisson-ov količnik, mejo tečenja, natezno trdnost,…).
Pri dimenzioniranju tako iz različnih napetosti, ki so posledica kombinacije različnih obremenitev, izračunamo primerjalno napetost, za katero moramo zagotoviti, da je nižja od dopustne vrednosti (slednja je lahko določena npr. iz meje tečenja ali iz natezne trdnosti materiala, ki sta izmerjeni pri enoosnem nateznem preizkusu):

$\sigma_{\mathrm{P}} \leq \sigma_{\mathrm{DOP}} = \frac{R_{p0.2}}{v}$, $\quad R_{p0.2} = \sigma_{\mathrm{PL}}$ (dimenzioniranje na mejo tečenja), v – faktor varnosti

$\sigma_{\mathrm{P}} \leq \sigma_{\mathrm{DOP}} = \frac{R_m}{v}$, $\quad R_m = \sigma_{\mathrm{M}}$ (dimenzioniranje na porušitveno trdnost), v – faktor varnosti

Naloga 1.) Za primer prostorskega nosilca na spodnji sliki izračunajte reakcijske sile in momente, da bo nosilec v ravnovesju, in dimenzionirajte nosilec za primer okroglega prereza (slika b) in pravokotnega prereza (slika c). Vpliv notranjih strižnih in notranjih osnih sil zanemarite.

Podatki:

$F_1 = 300$ N

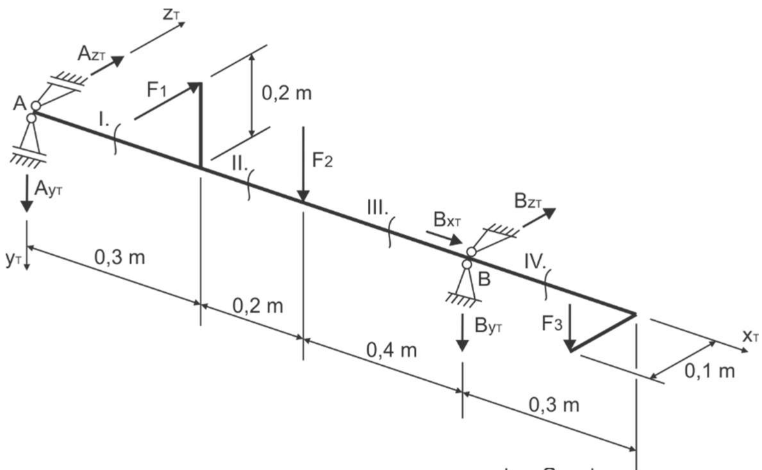
$F_2 = 500$ N

$\sigma_{\mathrm{DOP}} = 130$ MPa

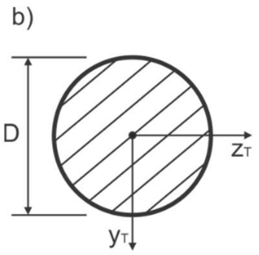
a) $A_{y_T}, A_{z_T}, B_{x_T}, B_{y_T}, B_{z_T}, F_3 = ?$

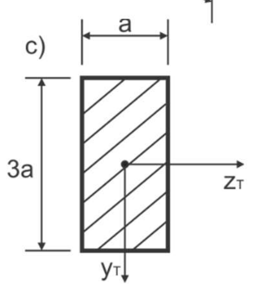
b) $D = ?$

c) $a = ?$



a) Nosilec je statično predoločen, saj nobena izmed podpor ne preprečuje rotacije nosilca okrog osi x_T. Zaradi tega med neznanke, ki jih moramo določiti iz statike, poleg sil v podporah, sodi tudi sila F_3, ki mora biti določena tako, da je izpolnjeno ravnovesje momentov okrog osi x_T.





V prostoru moramo izpolniti skupaj šest ravnovesnih enačb; tri za ravnovesje sil v smeri vsake izmed koordinatnih osi in tri za ravnovesje momentov okrog vsake izmed koordinatnih osi v izbrani točki (za zapis enačb ravnovesja momentov izberemo podporo A):

1) Ravnovesje sil v smeri osi x_T: $\sum F_{ix_T} = 0 \Rightarrow B_{x_T} = 0$
2) Ravnovesje sil v smeri osi y_T: $\sum F_{iy_T} = 0 \Rightarrow A_{y_T} + B_{y_T} + F_2 + F_3 = 0$
3) Ravnovesje sil v smeri osi z_T: $\sum F_{iz_T} = 0 \Rightarrow A_{z_T} + F_1 + B_{z_T} = 0$
4) Ravnovesje momentov okrog osi x_T: $\sum M_{ix_T,A} = 0 \Rightarrow -F_1 \cdot 0{,}2\ \text{m} + F_3 \cdot 0{,}1\ \text{m} = 0$
5) Ravnovesje momentov okrog osi y_T: $\sum M_{iy_T,A} = 0 \Rightarrow -B_{z_T} \cdot 0{,}9\ \text{m} - F_1 \cdot 0{,}3\ \text{m} = 0$
6) Ravnovesje momentov okrog osi z_T: $\sum M_{iz_T,A} = 0 \Rightarrow F_2 \cdot 0{,}5\ \text{m} + B_{y_T} \cdot 0{,}9\ \text{m} + F_3 \cdot 1{,}2\ \text{m} = 0$

Rezultati:

$B_{x_T} = 0$

$B_{y_T} = -1077{,}78\ \text{N}$

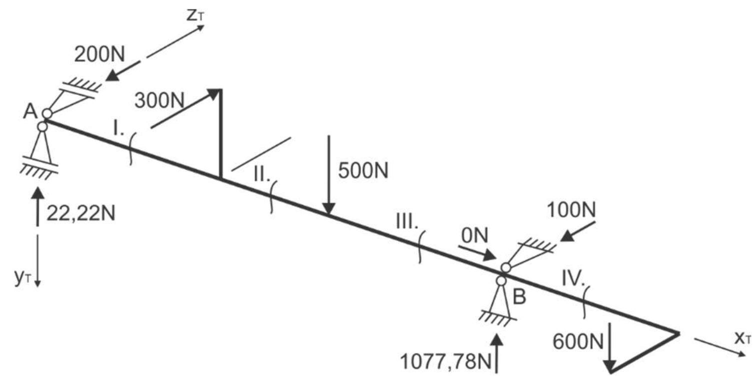
$B_{z_T} = -100\ \text{N}$

$A_{y_T} = -22{,}22\ \text{N}$

$A_{z_T} = -200\ \text{N}$

$F_3 = 600\ \text{N}$

Obremenitve in reakcije (vrisane so dejanske smeri delovanja sil):



Polje I:

$M_{x_T} = 0 \qquad \Rightarrow \quad M_{x_T} = 0$

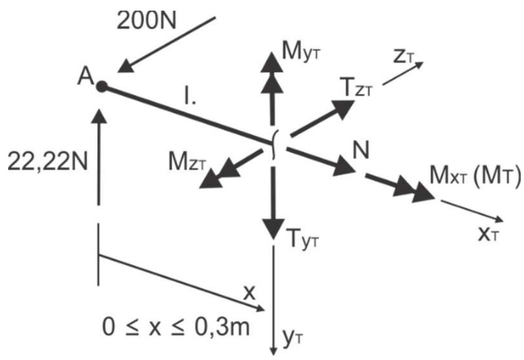
$M_{y_T} + 200\ \text{N} \cdot x = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{y_T} = -200\ \text{N} \cdot x$

$M_{z_T} - 22{,}22\ \text{N} \cdot x = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{z_T} = 22{,}22\ \text{N} \cdot x$

$x = 0$: $M_{x_T} = 0$ $\qquad x = 0{,}3\ \text{m}$: $M_{x_T} = 0$

$M_{y_T} = 0 \qquad M_{y_T} = -60\ \text{Nm}$

$M_{z_T} = 0 \qquad M_{z_T} = 6{,}67\ \text{Nm}$



Polje II:

$M_{x_T} = 300\ \text{N} \cdot 0{,}2\ \text{m}$

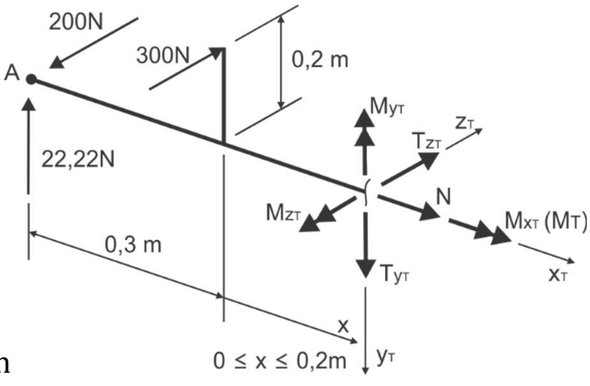
$M_{y_T} = 300\ \text{N} \cdot x - 200\ \text{N} \cdot (0{,}3\ \text{m} + x)$

$M_{z_T} = 22{,}22\ \text{N} \cdot (0{,}3\ \text{m} + x)$

$x = 0$: $M_{x_T} = 60\ \text{Nm}$ $\qquad x = 0{,}2\ \text{m}$: $M_{x_T} = 60\ \text{Nm}$

$M_{y_T} = -60\ \text{Nm} \qquad M_{y_T} = -40\ \text{Nm}$

$M_{z_T} = 6{,}67\ \text{Nm} \qquad M_{z_T} = 11{,}11\ \text{Nm}$

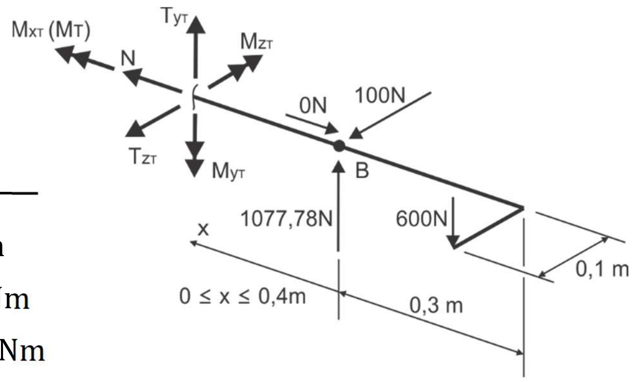


Polje III:

$M_{x_T} = 600\ \text{N} \cdot 0{,}1\ \text{m}$

$M_{y_T} = -100\ \text{N} \cdot x$

$M_{z_T} = 1077{,}78\ \text{N} \cdot x - 600\ \text{N} \cdot (0{,}3\ \text{m} + x)$



$x = 0$: $M_{x_T} = 60\ \text{Nm}$ $\quad x = 0{,}4\ \text{m}$: $M_{x_T} = 60\ \text{Nm}$

$M_{y_T} = 0\ \text{Nm}$ $\quad M_{y_T} = -40\ \text{Nm}$

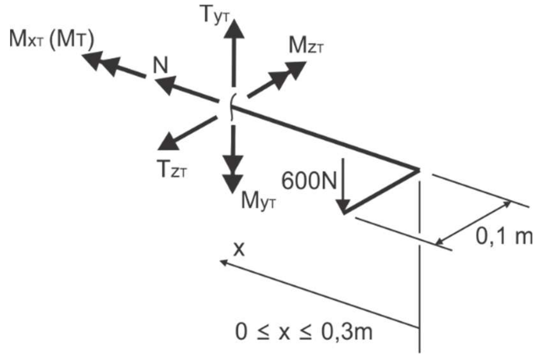
$M_{z_T} = -180\ \text{Nm}$ $\quad M_{z_T} = 11{,}11\ \text{Nm}$

Polje IV:

$M_{x_T} = 600\ \text{N} \cdot 0{,}1\ \text{m}$

$M_{y_T} = 0$

$M_{z_T} = -600\ \text{N} \cdot x$

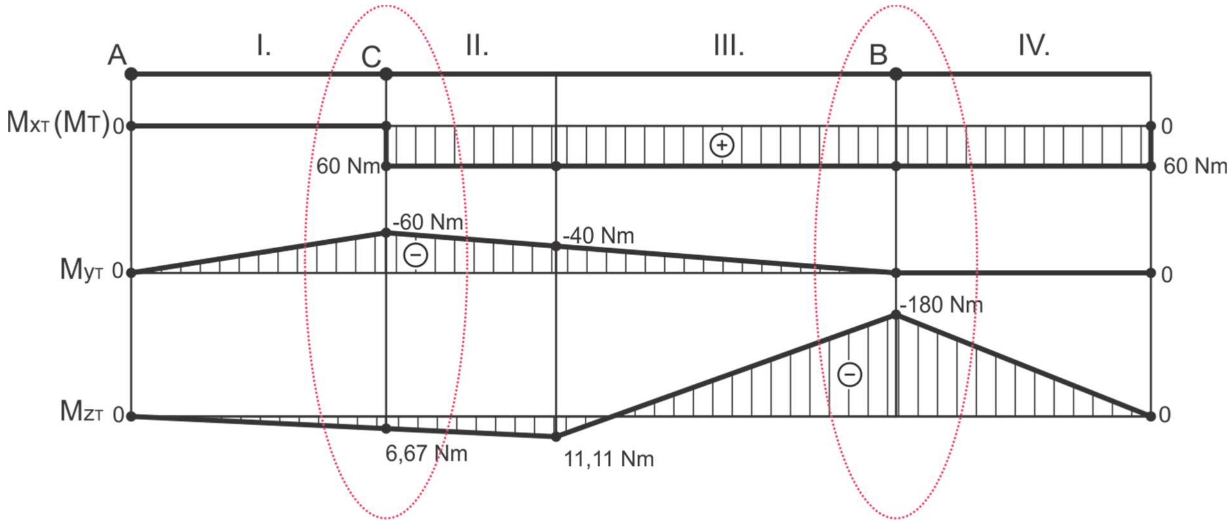


$x = 0$: $M_{x_T} = 60\ \text{Nm}$ $\quad x = 0{,}3\ m$: $M_{x_T} = 60\ \text{Nm}$

$M_{y_T} = 0\ \text{Nm}$ $\quad M_{y_T} = 0\ \text{Nm}$

$M_{z_T} = 0\ \text{Nm}$ $\quad M_{z_T} = -180\ \text{Nm}$

Diagram notranjih momentov (notranjo osno in notranji strižni sili pri dimenzioniranju zanemarimo):



Pri dimenzioniranju moramo poiskati **najbolj obremenjeno točko na nosilcu**. V veliko primerih je najbolj obremenjena točka hitro razvidna, saj mesta, kjer imamo največje vrednosti (ekstreme) posameznih notranjih veličin (sil in momentov), v praktičnih primerih velikokrat sovpadajo. Včasih pa najbolj obremenjena točka na nosilcu ni takoj razvidna: v našem primeru imata npr. notranja upogibna momenta M_{z_T} in M_{y_T} ekstremni vrednosti **v dveh različnih točkah** (B in C) in v obeh teh točkah je tudi torzijski moment največji. V takšnih primerih moramo preveriti **vsaj** vse tiste točke, **kjer so posamezne obremenitve največje** (v našem primeru točko B zaradi ekstremne vrednosti upogibnega momenta M_{z_T} in točko C zaradi ekstremne vrednosti upogibnega momenta M_{y_T} v tej točki).

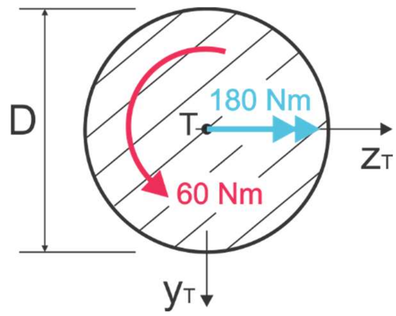
Kljub temu nimamo zagotovila, da v zelo zapletenih primerih primerjalna napetost ne bo največja na kakšnem drugem mestu (npr. tudi v kakšni vmesni točki, kjer nobena od posameznih notranjih obremenitev nima ekstremne vrednosti), saj je primerjalna napetost rezultat kombinacije vseh obremenitev.

b) Začnemo z dimenzioniranjem krožnega prereza na mestu podpore B. V prerezu moramo poiskati točko, v kateri je primerjalna napetost največja in prerez dimenzionirati tako, da bo primerjalna napetost v tej točki nižja od dopustne. Narišemo prerez, koordinatni sistem in obremenitve prereza:

$$M_{x_T} = 60 \text{ Nm}$$

$$M_{y_T} = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{z_T} = -180 \text{ Nm}$$



Strižne napetostni zaradi torzijskega momenta M_{x_T} izračunamo po enačbi (uporabili bomo nekoliko drugačne oznake kot pri vaji iz torzije):

$$\sigma_T = \tau = \frac{M_T}{W_T} = \frac{M_{x_T}}{W_T}$$

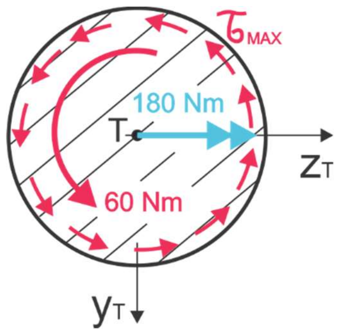
$$\tau = \frac{M_{x_T}}{W_T}$$

V krožnih prerezih so torzijske napetosti največje na obodu prereza (kjer je odpornostni moment prereza najmanjši) in so enako velike v vseh točkah na obodu. Izračunamo jih po enačbi:

$$\tau_{\text{MAX}} = \frac{M_{x_T}}{W_{T,\text{MIN}}}$$

$$M_{x_T} = 60 \text{ Nm}, \qquad W_{T,\text{MIN}} = \frac{\pi D^3}{16}$$

$$\tau_{\text{MAX}} = \frac{M_{x_T}}{W_{T,\text{MIN}}} = \frac{16 \cdot 60 \cdot 1000 \text{ Nmm}}{\pi D^3} = \frac{305577{,}5 \text{ Nmm}}{D^3}$$

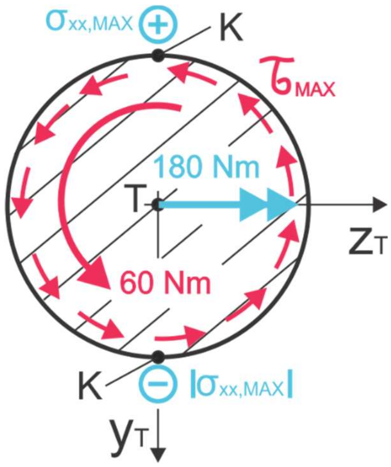


Napetosti zaradi notranjega upogibnega momenta okrog osi z_T izračunamo po enačbi:

$$\sigma_{xx}^{M_{z_T}} = \frac{M_{z_T}}{I_{z_T}} y_T$$

Te napetosti so največje v točkah, ki so najbolj oddaljene od osi z_T, ki je v tem primeru tudi nevtralna os prereza nosilca:

$$\sigma_{xx,\text{MAX}}^{M_{z_T}} = \frac{M_{z_T}}{I_{z_T}} y_{T,\text{MAX}}$$



Točki, kjer dobimo največjo vrednost primerjalne napetosti, sta za krožni prerez in takšno vrsto obremenitve takoj jasno razvidni in sta označeni z K na desni sliki. V teh dveh točkah imamo namreč hkrati največje strižne napetosti zaradi torzijskega momenta M_{x_T} in največje upogibne napetosti zaradi upogibnega momenta M_{z_T}. Upogibne napetosti v teh dveh točkah so enako velike, ker sta točki enako oddaljeni od nevtralne osi, a nasprotnega predznaka. Za dimenzioniranje ni pomembno katero od teh dveh točk izberemo, ker se vrednost v izračunu primerjalne napetosti kvadrira, pri čemer se predznak izgubi. Izberemo si npr. zgornjo točko K in izračunamo vrednosti upogibne, torzijske in primerjalne napetosti v tej točki. Upogibna napetost zaradi momenta M_{z_T} je tudi skupna normalna napetost v točki K, saj nimamo drugih obremenitev, ki bi prispevale k normalnim napetostim:

$$\sigma_{xx,K}^{M_{z_T}} = \frac{M_{z_T}}{I_{z_T}} y_{T,K} = \frac{-180 \cdot 1000 \text{ Nmm} \cdot 64}{\pi D^4}\left(-\frac{D}{2}\right) = \frac{1833464{,}9 \text{ Nmm}}{D^3} = \sigma_K$$

$$\tau_K = \tau_{MAX} = \frac{305577{,}5 \text{ Nmm}}{D^3}$$

$$\sigma_{P,K} = \sqrt{{\sigma_K}^2 + 3{\tau_K}^2}$$

Za dimenzioniranje uporabimo Huber-jevo primerjalno napetost / porušitveno hipotezo:

$$\sigma_{P,K} = \sqrt{{\sigma_K}^2 + 3{\tau_K}^2} \leq \sigma_{\text{DOP}}$$

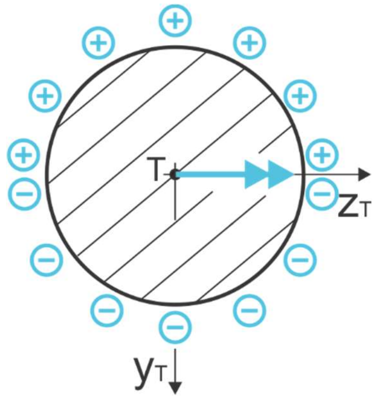
$$\sigma_{\text{P},K} = \sqrt{\left(\frac{1833464{,}9 \text{ Nmm}}{D^3}\right)^2 + 3\left(\frac{305577{,}5 \text{ Nmm}}{D^3}\right)^2} \leq 130 \text{ N/mm}^2$$

$$D \geq \sqrt[6]{\frac{(1833464{,}9 \text{ Nmm})^2}{(130\text{N/mm}^2)^2} + 3\frac{(305577{,}5 \text{ Nmm})^2}{(130\text{N/mm}^2)^2}} = 24{,}485 \text{ mm}$$

$$D \geq 24{,}485 \text{ mm} \qquad (\text{izberemo } D = 24{,}5 \text{ mm, ali npr. } D = 25 \text{ mm})$$

Dodatek: Kako iz slike ugotovimo, kje v prerezu upogibni moment povzroča natezne napetosti in kje povzroča tlačne napetosti?

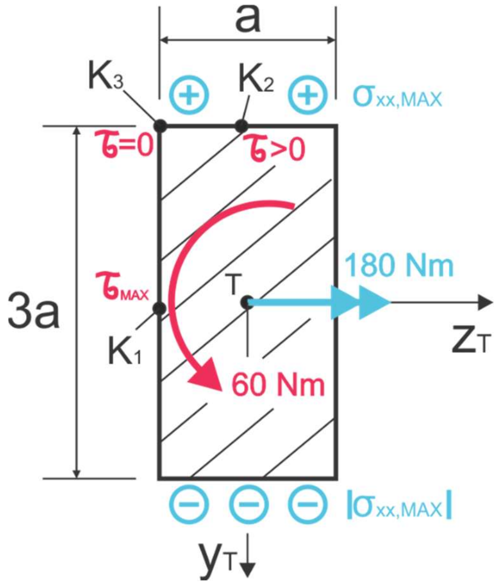
Palec desne roke postavimo na os, v kateri leži moment (v tem primeru os z_T) in ga usmerimo v smer vektorja momenta. Preostale prste malo pokrčimo. Smer preostalih prstov (od dlani proti konicam prstov) nam sedaj kaže smer »vrtenja« momenta. Na delu prereza, kjer ta smer kaže iz lista/ekrana ven, moment povzroča natezne napetosti. Na delu prereza, kjer smer vrtenja kaže v list/ekran, pa moment povzroča tlačne napetosti.



c) Pravokotni prerez na mestu podpore B:

$$M_{x_T} = 60\ \text{Nm}, \quad M_{y_T} = 0\ \text{Nm}$$

$$M_{z_T} = -180\ \text{Nm}$$



Za primer pravokotnega prereza položaj točk, kjer bo primerjalna napetost največja, ni tako lepo viden, kot v primeru okroglega prereza. Strižne napetosti zaradi torzijskega momenta M_{x_T} so največje na sredini daljše stranice pravokotnika; sem postavimo eno kandidatno točko za kritično točko prereza, označimo jo z K_1. Upogibne napetosti so največje na zgornjem in spodnjem robu prereza; nekam na ta dva robova moramo postaviti še eno kandidatno točko. Vemo, da je strižna napetost zaradi torzijskega momenta v vogalih pravokotnega prereza enaka 0, zatem strižna napetost naraste proti sredini roba in pade zopet na nič v drugem vogalu. Torej je na zgornjem ali spodnjem robu smiselno postaviti predpostavljeno kritično točko v središče krajše stranice / robu. Če torej povzamemo (za točke označene na zgornji sliki):

- Točka K_1 – maksimalne strižne napetosti / brez upogibnih napetosti
- Točka K_2 – maksimalne upogibne napetosti in nekaj strižnih napetosti
- Točka K_3 – maksimalne upogibne napetosti / brez strižnih napetosti (ni potrebno računati)

* Dimenzioniranje na primerjalno napetost v točki K_1:

$$\tau_{K_1} = \tau_{\text{MAX}} = \frac{M_{x_T}}{W_{T,K_1}}$$

$$M_{x_T} = 60\ \text{Nm}$$

$$W_{T,K_1} = W_{T,\text{MIN}} = \frac{c_1}{c_2} \cdot 3a \cdot a^2, \qquad n = \frac{3a}{a} = 3 \quad \Rightarrow \quad c_1 = 0{,}263 \quad c_2 = 0{,}977 \quad c_3 = 0{,}754$$

$$\tau_{K_1} = \frac{M_{x_T}}{W_{T,K_1}} = \frac{60 \cdot 1000\ \text{Nmm}}{\frac{0{,}263}{0{,}977} \cdot 3a \cdot a^2} = \frac{74296{,}6\ \text{Nmm}}{a^3}$$

Upogibne napetosti v točki K_1 so enake nič, ker točka leži na nevtralni osi, tako da lahko že izračunamo primerjalno napetost in dimenzioniramo prerez:

$$\sigma_{\text{P},K_1} = \sqrt{{\sigma_{K_1}}^2 + 3{\tau_{K_1}}^2} = \sqrt{0 + 3{\tau_{K_1}}^2} = \sqrt{3}\tau_{K_1} \leq \sigma_{\text{DOP}}$$

$$\sqrt{3}\frac{74296{,}6\ \text{Nmm}}{a^3} \leq \sigma_{\text{DOP}}$$

$$a \geq \sqrt[3]{\sqrt{3}\frac{74296{,}6\ \text{Nmm}}{130\text{N/mm}^2}}$$

$$a \geq 9{,}97\ \text{mm}$$

** Dimenzioniranje na primerjalno napetost v točki K_2:

- izračunamo strižne napetosti v točki K_2:

$$\tau_{K_2} = \frac{M_{x_T}}{W_{T,K2}}$$

$$M_{x_T} = 60 \text{ Nm}$$

$$W_{T,K_2} = \frac{c_1}{c_2 c_3} \cdot 3a \cdot a^2$$

$$\tau_{K_2} = \frac{M_{x_T}}{W_{T,K2}} = \frac{60 \cdot 1000 \text{ Nmm}}{\frac{0{,}263}{0{,}977 \cdot 0{,}754} \cdot 3a \cdot a^2} = \frac{56019{,}6 \text{ Nmm}}{a^3}$$

- normalne napetosti zaradi upogibnega momenta M_{z_T} v točki K_2 znašajo:

$$\sigma_{xx,K_2}^{M_{z_T}} = \frac{M_{z_T}}{I_{z_T}} y_{T,K_2} = \frac{-180 \cdot 1000 \text{ Nmm} \cdot 12}{a \cdot (3a)^3} (-1{,}5a) = \frac{120000 \text{ Nmm}}{a^3} = \sigma_{K_2}$$

- izračunamo primerjalno napetost v točki K_2 in dimenzioniramo prerez:

$$\sigma_{\mathrm{P},K_2} = \sqrt{\sigma_{K_2}{}^2 + 3\tau_{K_2}{}^2} \leq \sigma_{\mathrm{DOP}}$$

$$\sigma_{\mathrm{P},K_2} = \sqrt{\left(\frac{120000 \text{ Nmm}}{a^3}\right)^2 + 3\left(\frac{56019{,}6 \text{ Nmm}}{a^3}\right)^2} \leq 130 \text{N/mm}^2$$

$$a \geq \sqrt[6]{\frac{(120000 \text{ Nmm})^2}{(130 \text{N/mm}^2)^2} + 3\frac{(56019{,}6 \text{ Nmm})^2}{(130 \text{N/mm}^2)^2}} = 10{,}59 \text{ mm}$$

$$a \geq 10{,}59 \text{ mm} \qquad (\text{izberemo npr.}\, a = 11 \text{ mm})$$

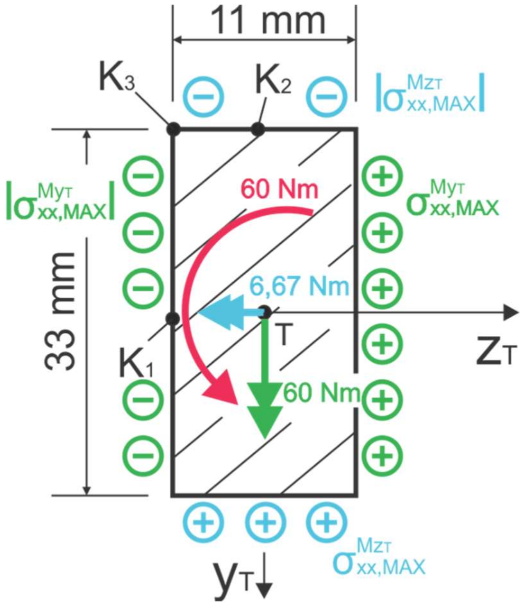
Ugotovimo, da je točka K_2 nekoliko bolj obremenjena kot točka K_1 (prerez mora biti nekoliko večji, da primerjalna napetost v točki K_2 ne preseže dopustne vrednosti, v primerjavi z velikostjo prereza, pri kateri primerjalna napetost v točki K_1 ne preseže dopustne vrednosti).

d) Preverili bomo ali pravokotni prerez z izračunano dimenzijo $a = 11$ mm zdrži obremenitve na mestu C na nosilcu:

$$M_{x_T} = 60 \text{ Nm}$$

$$M_{y_T} = -60 \text{ Nm}$$

$$M_{z_T} = 6{,}67 \text{ Nm}$$



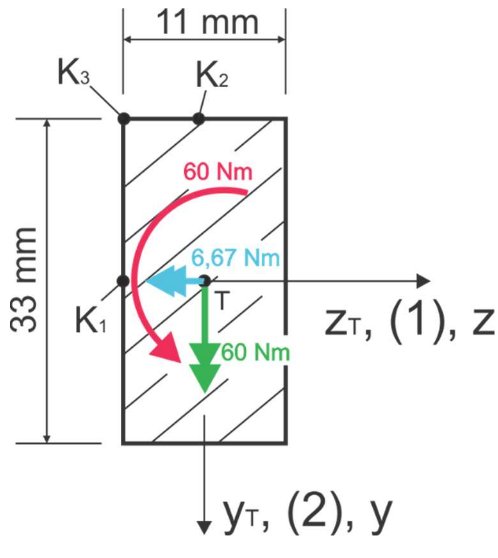
V točki C imamo poleg torzijskega momenta M_{x_T} in upogibnega momenta M_{z_T} tudi upogibni moment M_{y_T} okrog vertikalne težiščne koordinatne osi y_T. Koordinatni osi y_T in z_T sta simetrijski osi prereza in tako tudi glavni vztrajnostni osi prereza. Ker imamo upogibni moment okoli obeh glavnih vztrajnostnih osi prereza, imamo v točki C kombinacijo poševnega upogiba in torzije. Za izračun napetosti zaradi poševnega upogiba sledimo korakom iz 10. vaje. Napetosti pri poševnem upogibu izračunamo po enačbi:

$$\sigma_{xx} = \frac{M_1}{I_1} y - \frac{M_2}{I_2} z$$

Prvo izračunamo glavna vztrajnostna momenta prereza I_1 in I_2. Ker sta osi y_T in z_T glavni vztrajnostni osi prereza, bosta vztrajnostna momenta prereza okrog teh dveh osi tudi glavna vztrajnostna momenta prereza. Dobimo:

$$I_{y_T} = \frac{3a \cdot a^3}{12} = 0{,}25a^4 = I_2$$

$$I_{z_T} = \frac{a \cdot (3a)^3}{12} = 2{,}25a^4 = I_1$$



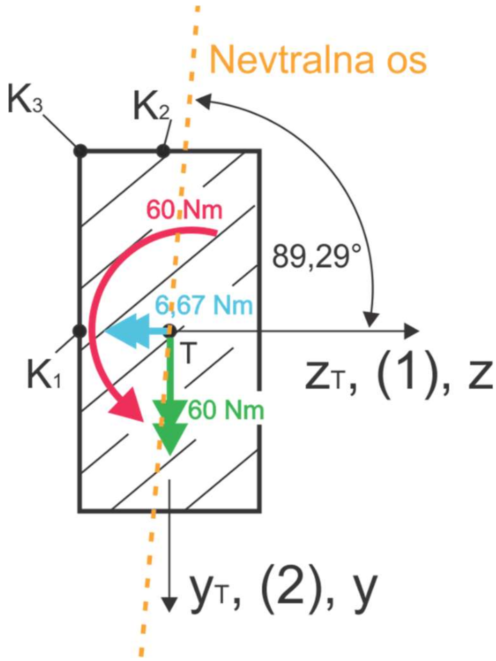
Iz zgornjih rezultatov lahko že ugotovimo, da os z_T predstavlja prvo glavno vztrajnostno os prereza, os y_T pa sovpada z drugo glavno vztrajnostno osjo prereza. Na glavne osi sedaj postavimo koordinatnih sistem glavnih vztrajnostnih osi, pri čemer prvo glavno vztrajnostno os označimo kot z-os, drugo glavno vztrajnostno os pa kot y-os. Koordinatna sistema $y - z$ in $y_T - z_T$ morata biti istosučna, kar lahko v našem primeru enostavno izpolnimo tako, da os z usmerimo enako kot os z_T, os y pa enako kot os y_T (za vajo lahko poskusite drugače usmeriti koordinatni sistem $y - z$, končni rezultat mora biti enak). Komponenti momenta okrog prve in druge glavne vztrajnostne osi znašata:

$$M_1 = M_{z_T} = 6{,}67 \text{ Nm}, \qquad M_2 = M_{y_T} = -60 \text{ Nm}$$

V pomoč pri iskanju najbolj obremenjene točke prereza lahko izračunamo še položaj nevtralne osi:

$$\tan\beta = \frac{I_1 M_2}{I_2 M_1} = \frac{2{,}25a^4}{0{,}25a^4}\frac{(-60\text{ Nm})}{6{,}67\text{ Nm}} = -80{,}96 \qquad \Rightarrow \qquad \beta = -89{,}29°$$

Točka, ki je najbolj oddaljena od nevtralne osi, je točka K_3, zaradi česar moramo obvezno izračunati vrednost primerjalne napetosti v tej točki (upogibne napetosti so tu največje).



Točko K_1 moramo preveriti, ker so tu strižne napetosti največje, poleg tega je ta točka tudi precej oddaljena od nevtralne osi (tudi upogibne napetosti bodo visoke).

Točka K_2 je bližje nevtralni osi kot točka K_1 (manjše upogibne napetosti), strižne napetosti pa so tudi nižje, kot v točki K_1. Primerjalne napetosti v točki K_2 tako ni potrebno računati, ker je zagotovo manj obremenjena kot točka K_1.

* Preverjanje napetosti v točki K_3:

$$\tau_{K_3} = \frac{M_{x_T}}{W_{T,K3}} = 0$$

$$\sigma_{xx,K_3} = \sigma_{K_3} = \frac{M_1}{I_1} y_{K_3} - \frac{M_2}{I_2} z_{K_3}$$

$$\sigma_{K_3} = \frac{6{,}67 \cdot 1000\text{ Nmm}}{2{,}25 \cdot (11\text{ mm})^4}(-16{,}5\text{ mm}) - \frac{-60\ \cdot 1000\text{ Nmm}}{0{,}25 \cdot (11\text{ mm})^4}(-5{,}5\text{ mm})$$

$$\sigma_{K_3} = -93{,}5\text{ MPa}$$

$$\sigma_{\mathrm{P},K_3} = \sqrt{{\sigma_{K_3}}^2 + 3{\tau_{K_3}}^2} = \sqrt{(-93{,}5\text{ MPa})^2 + 3 \cdot 0^2} = 93{,}5\text{ MPa}$$

Prerez v točki K_3 zdrži obremenitev, saj je primerjalna napetost nižja od dopustne vrednosti (130 MPa).

** Preverjanje napetosti v točki K_1:

$$\tau_{K_1} = \frac{M_{x_T}}{W_{T,K1}} = \frac{60 \cdot 1000\text{ Nmm}}{\frac{0{,}263}{0{,}977} \cdot 3 \cdot (11\text{ mm}) \cdot (11\text{ mm})^2} = 55{,}82\text{ MPa}$$

$$\sigma_{xx,K_1} = \sigma_{K_1} = \frac{M_1}{I_1} y_{K_1} - \frac{M_2}{I_2} z_{K_1}$$

$$\sigma_{K_1} = \frac{6{,}67 \cdot 1000\text{ Nmm}}{2{,}25 \cdot (11\text{ mm})^4}(0\text{ mm}) - \frac{-60\ \cdot 1000\text{ Nmm}}{0{,}25 \cdot (11\text{ mm})^4}(-5{,}5\text{ mm})$$

$$\sigma_{K_1} = -90{,}16\text{ MPa}$$

$$\sigma_{\mathrm{P},K_1} = \sqrt{{\sigma_{K_1}}^2 + 3{\tau_{K_1}}^2} = \sqrt{(-90{,}16\ \mathrm{MPa})^2 + 3 \cdot (55{,}82\ \mathrm{MPa})^2} = 132{,}2\ \mathrm{MPa}$$

Prerez v točki K_1 **ne zdrži** obremenitve, saj je primerjalna napetost višja od dopustne vrednosti. Kritična točka na nosilcu za pravokotni prerez tako ni točka B, ampak točka C. Če prerez sedaj še enkrat dimenzioniramo tako, da bo primerjalna napetost v točki K_1 na mestu C na nosilcu nižja od dopustne vrednosti, dobimo:

$$\sigma_{\mathrm{P},K_1} = \sqrt{{\sigma_{K_1}}^2 + 3{\tau_{K_1}}^2} \leq \sigma_{\mathrm{DOP}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{6{,}67 \cdot 1000\ \mathrm{Nmm}}{2{,}25 \cdot (a)^4}(0) - \frac{-60\ \cdot 1000\ \mathrm{Nmm}}{0{,}25 \cdot (a)^4}\left(-\frac{a}{2}\right)\right)^2 + 3\left(\frac{60 \cdot 1000\ \mathrm{Nmm}}{\frac{0{,}263}{0{,}977} \cdot 3 \cdot a \cdot a^2}\right)^2} \leq \sigma_{\mathrm{DOP}}$$

$$a \geq \sqrt[6]{\left(-\frac{60\ \cdot 1000\ \mathrm{Nmm}}{0{,}5 \cdot 130\ \mathrm{MPa}}\right)^2 + 3\left(\frac{0{,}977 \cdot 60 \cdot 1000\ \mathrm{Nmm}}{0{,}263 \cdot 3 \cdot 130\ \mathrm{MPa}}\right)^2} = 11{,}06\ \mathrm{mm} \quad (\mathrm{a} = 12\ \mathrm{mm})$$

*** Za vajo - preverjanje napetosti v točki K_2 (za $a = 11$ mm) na mestu C na nosilcu:

$$\tau_{K_2} = 42{,}1\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{K_2} = -3{,}34\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{\mathrm{P},K_2} = 73\ \mathrm{MPa}$$

**** Za vajo - kako je pa z okroglim prerezom na mestu podpore C (za $D = 25$ mm)? Izkaže se, da je za okrogli prerez kritična točka B na nosilcu, saj dobimo v najbolj obremenjeni točki okroglega prereza s premerom 25 mm v točki C na nosilcu primerjalno napetost:

$$\sigma_{\mathrm{P}} = 51{,}93\ \mathrm{MPa}$$