

Dodatna naloga 1

Izpeljite enačbe za izračun strižnih napetosti zaradi notranje strižne sile za prerez na spodnji sliki. Dimenzionirajte narisani nosilec tako, da bodo strižne napetosti v nosilcu zaradi notranje strižne sile T v dopustnih mejah.

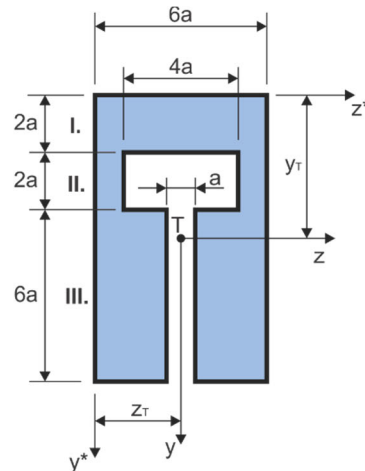
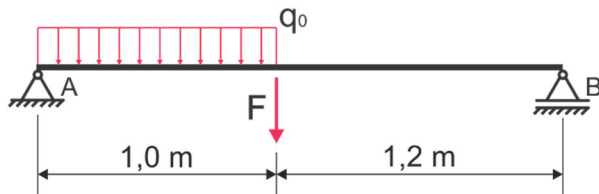
$$F = 17,5 \text{ kN}$$

$$q_0 = 20 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_{xy}^{\text{DOP}} = 90 \text{ MPa}$$

a) $\sigma_{xy}(y) = ?$

b) $a = ?$



Rešitev:

a) izračunamo položaj težišča prereza (v koordinatnem sistemu (y^*, z^*)) in vrednost vztrajnostnega momenta prereza okrog težiščne z osi (I_z):

$$y_T = \frac{117}{23} a \approx 5,087a, \quad z_T = 3a$$

$$I_z = \frac{29186}{69} a^4 \approx 422,99a^4$$

- izračunamo strižne napetosti po prerezu. V področju (III.) zgornjega prereza velja:

$$\sigma_{xy} = \frac{TS_{ye}}{bI_z}$$

$$S_{ye} = \int_y^e y b dy = \int_y^{10a - (117/23)a} y \cdot 5a dy \approx 60,345a^3 - 2,5ay^2$$

$$\sigma_{xy} = \frac{T(60,345a^3 - 2,5ay^2)}{5a \cdot 422,99a^4} = \frac{T}{a^2} \left(0,0285 - 0,0012 \frac{y^2}{a^2} \right)$$

Ta enačba velja v področju: $-\frac{117}{23}a + 4a \leq y \leq 10a - \frac{117}{23}a$

- v področju I. velja:

$$\sigma_{xy} = \frac{TS_{ye}}{bI_z}$$

$$S_{ye} = \int_y^e y b dy = \int_y^{- (117/23)a} y \cdot 6a dy = 3a \left(\frac{13689}{529} a^2 - y^2 \right) \approx 77,631a^3 - 3ay^2$$

V zgornji enačbi je uporabljen »trik«. S_{ye} je načeloma statični moment dela prereza, ki ga omejuje koordinata y na eni strani in **spodnja** točka prereza na drugi strani, glede na težiščno os prereza. Po

velikosti je ta statični moment enak statičnemu momentu dela prereza, ki ga omejuje koordinata y na eni strani in **zgornja** točka prereza na drugi, razlikujeta se le po predznaku. Za pravilen predznak pa je poskrbljeno z zamenjavo »smeri« integracije: v področju III. smo izraz integrirali od koordinate y »navzdol« proti spodnjemu robu (kot je matematično pravilno), v področju I. pa od koordinate y »navzgor« proti zgornjemu robu (da upoštevamo razliko v predznakih).

$$\sigma_{xy} = \frac{T(77,631a^3 - 3ay^2)}{6a \cdot 422,99a^4} = \frac{T}{a^2} \left(0,0306 - 0,0012 \frac{y^2}{a^2} \right)$$

Ta enačba velja v področju: $-\frac{117}{23}a \leq y \leq -\frac{117}{23}a + 2a$

- v področju II. velja:

$$\sigma_{xy} = \frac{TS_{ye}}{bI_z}$$

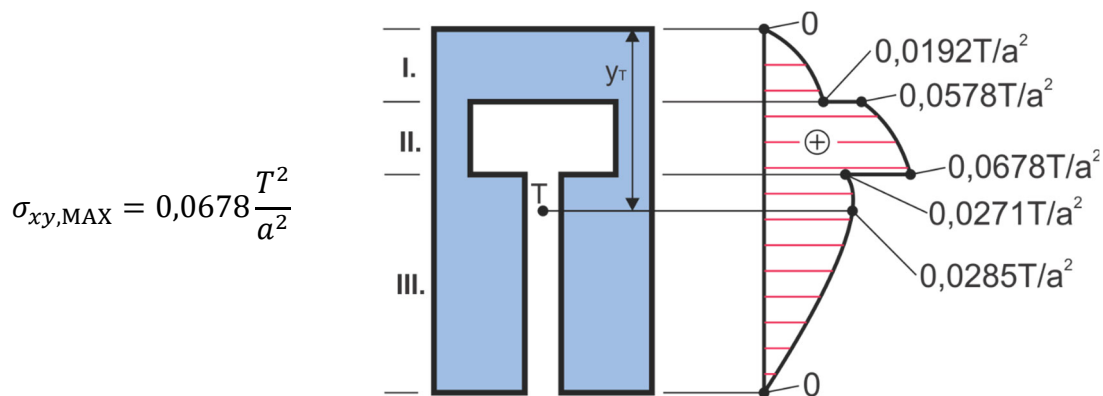
$$S_{ye} = \int_y^e yb dy = \int_y^{-(117/23)a+2a} y \cdot 2a dy + \int_{-(117/23)a+2a}^{-(117/23)a} y \cdot 6a dy$$

$$S_{ye} \approx 58,573a^3 - ay^2$$

$$\sigma_{xy} = \frac{T(58,573a^3 - ay^2)}{2a \cdot 422,99a^4} = \frac{T}{a^2} \left(0,0692 - 0,0012 \frac{y^2}{a^2} \right)$$

Ta enačba velja v področju: $-\frac{117}{23}a + 2a \leq y \leq -\frac{117}{23}a + 4a$

b) največja strižna napetost v prerezu se pojavi v področju II. in sicer na meji s področjem III.:



- izračunamo vrednosti reakcijskih sil v podporah in vrednost največje strižne sile v nosilcu (zanima nas največja absolutna vrednost). Dobimo rezultate:

$$A_x = 0, \quad A_y = 25 \text{ kN}, \quad B = 12,5 \text{ kN}$$

$$T_{MAX} = 25 \text{ kN (izkaže se, da se največja strižna sila v nosilcu pojavi na mestu podpore A)}$$

- maksimalna strižna napetost v prerezu mora biti nižja od dopustne vrednosti:

$$\sigma_{xy,MAX} \leq \sigma_{xy}^{DOP} \Rightarrow a \geq \sqrt{\frac{0,0678(T_{MAX})^2}{\sigma_{xy}^{DOP}}} = 4,34 \text{ mm} \quad (a = 4,4 \text{ mm})$$