

Dodatna naloga 5

V trikotni steni na sliki nastopi homogeno, ravninsko deformacijsko stanje. S pomočjo merilnih lističev smo izmerili normalne deformacije v treh različnih smereh. Določite komponente deformacijskega tenzorja v danem koordinatnem sistemu, spremembo dolžine daljice $\overline{14}$ in spremembo pravega kota α .

Podatki:

$$\varepsilon_{12} = 2 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{13} = 4 \cdot 10^{-3}$$

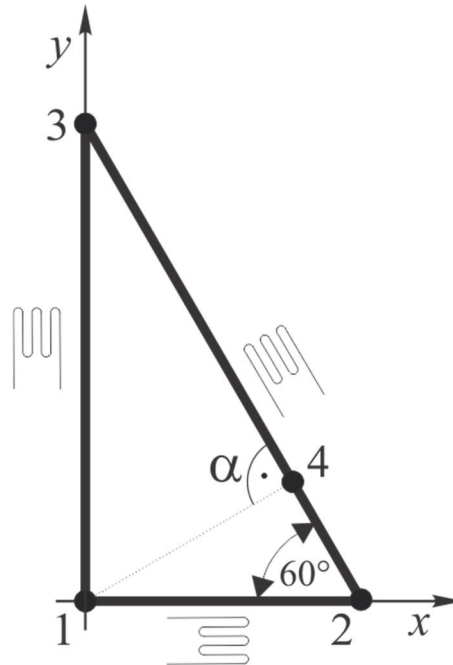
$$\varepsilon_{23} = 0$$

$$\overline{12} = 50 \text{ mm}$$

a) $(\varepsilon_{ij}) = ?$

b) $\Delta\overline{14} = ?$

c) $\Delta\alpha = ?$



Rešitve:

a) Zapišemo enačbe za izračun normalnih deformacij v smereh merilnih lističev iz komponent deformacijskega tenzorja in kota normale ravnin φ , na katerih normalne deformacije »delujejo«:

- merilni listič 1-2:

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_n(\varphi = 0^\circ) = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} + \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \cos(2 \cdot 0^\circ) + \varepsilon_{xy} \sin(2 \cdot 0^\circ) = \varepsilon_{xx} = 2 \cdot 10^{-3}$$

- merilni listič 1-3:

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_n(\varphi = 90^\circ) = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} + \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \cos(2 \cdot 90^\circ) + \varepsilon_{xy} \sin(2 \cdot 90^\circ) = \varepsilon_{yy} = 4 \cdot 10^{-3}$$

- merilni listič 2-3:

$$\varepsilon_{23} = \varepsilon_n(\varphi = 120^\circ) = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} + \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \cos(2 \cdot 120^\circ) + \varepsilon_{xy} \sin(2 \cdot 120^\circ) = 0$$

$$\varepsilon_{xy} = (7/\sqrt{3}) \cdot 10^{-3}$$

$$(\varepsilon_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 7/\sqrt{3} \\ 7/\sqrt{3} & 4 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}$$

b) Spremembo razdalje med točkama 1 in 4 ($\Delta\overline{14}$) lahko izračunamo iz normalne deformacije v smeri daljice med točkama 1 in 4 (ε_{14}) in začetne razdalje med točkama ($\overline{14}$):

$$\varepsilon_{14} = \frac{\Delta\overline{14}}{\overline{14}}$$

- začetno razdaljo med točkama 1 in 4 lahko izračunamo iz geometrije trikotne stene:

$$\overline{14} = \overline{12} \cdot \cos 30^\circ = 50 \text{ mm} \cdot \cos 30^\circ = 25\sqrt{3} \text{ mm}$$

- normalno deformacijo v smeri med točkama 1 in 4 pa izračunamo iz komponent def. tenzorja:

$$\varepsilon_{14} = \varepsilon_n(\varphi = 30^\circ) = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} + \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \cos(2 \cdot 30^\circ) + \varepsilon_{xy} \sin(2 \cdot 30^\circ) = 6 \cdot 10^{-3}$$

- končno izračunamo še spremembo razdalje med točkama 1 in 4:

$$\Delta \overline{14} = \varepsilon_{14} \cdot \overline{14} = 6 \cdot 10^{-3} \cdot 25\sqrt{3} \text{ mm} = 0,2598 \text{ mm}$$

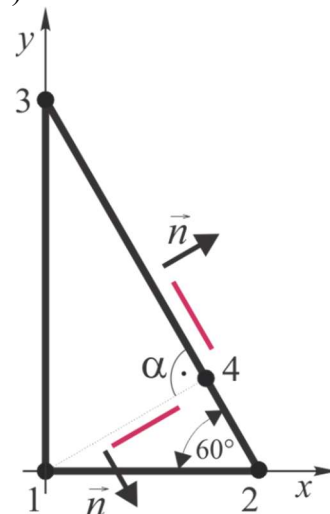
c) Za izračun spremembe pravega kota α moramo izračunati strižne deformacije na ravninah, ki oklepajo pravi kot (komponente so označene z rdečo barvo na sliki):

- na ravnini med točkama 1 in 4 dobimo:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t(\varphi = 300^\circ) &= \varepsilon_t(\varphi = -60^\circ) = \\ &= \frac{\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx}}{2} \sin(2 \cdot 300^\circ) + \varepsilon_{xy} \cos(2 \cdot 300^\circ) = \\ &= -2,887 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

- na ravnini med točkama 4 in 3 pa dobimo:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t(\varphi = 30^\circ) &= \frac{\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx}}{2} \sin(2 \cdot 30^\circ) + \varepsilon_{xy} \cos(2 \cdot 30^\circ) = \\ &= 2,887 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$



- lahko si narišemo smeri strižnih deformacij (glede usmerjenosti veljajo ista pravila, kot za strižne komponente napetosti). Absolutna vrednost strižnih deformacij na ravninah, ki oklepajo pravi kot, je vedno enaka polovici absolutne vrednosti spremembe pravega kota (v radianih):

$$|2,887 \cdot 10^{-3}| = \frac{1}{2} |\Delta \alpha|$$

$$|\Delta \alpha| = 2 \cdot |2,887 \cdot 10^{-3}| = 5,774 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)}$$

$$|\Delta \alpha| = 0,3308^\circ$$

- predznak spremembe kota preberemo iz slike. Ker puščice strižnih deformacij na oklepajočih ravninah kažejo stran od kota oz. vogala v katerem se nahaja kot sledi, da se kot α poveča:

$$\Delta \alpha = 5,774 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)} = 0,3308^\circ \text{ (kot se poveča)}$$

