

Osnove planetnih gonil

Gradivo za vaje pri predmetu

Strojni elementi 3

Pripravil: as. dr. Ivan Okorn, univ. dipl. inž.

KAZALO:

| | |
|---|---|
| 1. Vrtilne frekvence in prestave planetnega gonila..... | 3 |
| 2. Prestave in število zob zobnikov gonila LAI..... | 5 |
| 3. Vrtilni momenti na posameznih gredeh | 6 |
| 4. Moči na gredeh in izkoristek gonila | 7 |
| 4.1 Kotalna in sklopna moč | 7 |
| 4.2 Izkoristek planetnega gonila | 8 |
| 5. Literatura..... | 9 |

1. Vrtilne frekvence in prestave planetnega gonila

V nadaljevanju bodo podane kinematske zveze za trigredna planetna gonila (slika 1). Sončni gredi bosta označeni z indeksoma 1 in 3, planetna gred pa z indeksom S. V literaturi se uporabljajo tudi indeksi A in B za sončni gredi in C za planetno gred.

Prestavno razmerje je razmerje vrtilnih frekvenc ali kotnih hitrosti dveh gredi. Negativna vrednost prestavnega razmerja pomeni, da se vrtita gredi, med katerima ugotavljamo prestavno razmerje, v nasprotno smer. Pri isti smeri vrtenja je prestavno razmerje pozitivno.

Osnovna enačba planetnega gonila

$$n_1 - i_{13} \cdot n_3 = (1 - i_{13}) \cdot n_s \quad (1)$$

$$n_1 - i_{12} \cdot n_2 = (1 - i_{12}) \cdot n_s \quad (2)$$

$$n_2 - i_{23} \cdot n_3 = (1 - i_{23}) \cdot n_s \quad (3)$$

Enačbe 1 do 3 lako zapišemo tudi z razmerji relativnih vrtilnih frekvenc glede na ročico.

$$i_{13} = \frac{n_1 - n_s}{n_3 - n_s};$$

$$i_{12} = \frac{n_1 - n_s}{n_2 - n_s} \quad (4)$$

$$i_{23} = \frac{n_2 - n_s}{n_3 - n_s}$$

Če blokiramo vrtenje ročice ($n_s = 0$) dobimo iz enačbe (1) izraz za stabilno prestavo gonila

$$i_{13} = \frac{n_1}{n_3} \quad (5)$$

Drugi dve notranji prestavi dobimo, če blokiramo enega od sončnikov.

$$i_{1S} = \frac{n_1}{n_s} = 1 - i_{13} \quad (6)$$

$$i_{3S} = \frac{n_3}{n_s} = \frac{1 - i_{13}}{i_{13}} = 1 - i_{31} \quad (7)$$

Na sliki 1 so shematsko prikazane izvedbe trigrednih planetnih gonil.. Prestavna razmerja lahko izrazimo tudi z razmerjem števila zob zobnikov.

Shema gonila

Prestave

Zveze med vrtilnimi frekvencami

| | | | |
|----------------|---|--|--|
| <p>Typ 2AA</p> | $\tau_s = \tau_1 + \tau_2 = \tau_3 + \tau_2'$ | $i_{1/2} = -\frac{r_2}{r_1}$ | $n_1 - \frac{r_2}{r_1} \frac{r_3}{r_2'} n_3 = \left(1 - \frac{r_2}{r_1} \frac{r_3}{r_2'}\right) n_s$ |
| | $i_{2/3} = -\frac{r_3}{r_2'}$ | $n_1 + \frac{r_2}{r_1} n_2 = \left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right) n_s$ | |
| | $i_{1/3} = \frac{r_2}{r_1} \frac{r_3}{r_2'}$ | $n_2 + \frac{r_3}{r_2'} n_3 = \left(1 + \frac{r_3}{r_2'}\right) n_s$ | |
| <p>Typ 2II</p> | $\tau_s = \tau_1 - \tau_2 = \tau_3 - \tau_2'$ | $i_{1/2} = \frac{r_2}{r_1}$ | $n_1 - \frac{r_2}{r_1} \frac{r_3}{r_2'} n_3 = \left(1 - \frac{r_2}{r_1} \frac{r_3}{r_2'}\right) n_s$ |
| | $i_{2/3} = \frac{r_3}{r_2'}$ | $n_1 - \frac{r_2}{r_1} n_2 = \left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right) n_s$ | |
| | $i_{1/3} = \frac{r_2}{r_1} \frac{r_3}{r_2'}$ | $n_2 - \frac{r_3}{r_2'} n_3 = \left(1 - \frac{r_3}{r_2'}\right) n_s$ | |
| <p>Typ 2AI</p> | $\tau_s = \tau_1 + \tau_2 = \tau_3 - \tau_2'$ | $i_{1/2} = -\frac{r_2}{r_1}$ | $n_1 + \frac{r_2}{r_1} \frac{r_3}{r_2'} n_3 = \left(1 + \frac{r_2}{r_1} \frac{r_3}{r_2'}\right) n_s$ |
| | $i_{2/3} = \frac{r_3}{r_2'}$ | $n_1 + \frac{r_2}{r_1} n_2 = \left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right) n_s$ | |
| | $i_{1/3} = -\frac{r_2}{r_1} \frac{r_3}{r_2'}$ | $n_2 - \frac{r_3}{r_2'} n_3 = \left(1 - \frac{r_3}{r_2'}\right) n_s$ | |
| <p>Typ 1AI</p> | $\tau_s = \tau_1 + \tau_2 = \tau_3 - \tau_2' = \frac{\tau_1 + \tau_3}{2}$ $\tau_2 = \frac{\tau_3 - \tau_1}{2}$ | $i_{1/2} = -\frac{r_2}{r_1}$ | $n_1 + \frac{r_3}{r_1} n_3 = \left(1 + \frac{r_3}{r_1}\right) n_s$ |
| | $i_{2/3} = \frac{r_3}{r_2'}$ | $n_1 + \frac{r_2}{r_1} n_2 = \left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right) n_s$ | |
| | $i_{1/3} = -\frac{r_3}{r_1}$ | $n_2 - \frac{r_3}{r_2} n_3 = \left(1 - \frac{r_3}{r_2}\right) n_s$ | |

Slika 1: Izvedbe trigrednih planetnih gonil (vir [2])

2. Prestave in število zob zobnikov gonila 1AI

Stabilna prestava gonila 1AI, pri fiksirani ročici S, znaša

$$i_{13} = \frac{n_1}{n_3} = -\frac{z_3}{z_1} \quad (8)$$

Negativni predznak pomeni, da se zobnik 3 vrti v nasprotno smer. Iz osnovne enačbe planetnega gonila dobimo izraz za planetno prestavo (pri $n_3 = 0$).

$$\begin{aligned} n_1 - i_{13} \cdot n_3 &= (1 - i_{13}) \cdot n_S \\ i_{1S} &= \frac{n_1}{n_S} = (1 - i_{13}) = 1 + \frac{z_3}{z_1} \end{aligned} \quad (9)$$

Če poznamo planetno prestavo lahko določimo razmerje števila zob obeh sončnikov.

$$\frac{z_3}{z_1} = 1 - i_{1S} \quad (10)$$

Pri zobnikih brez profilnega pomika so kinematski premeri hkrati razdelni premeri zobnikov. Pri zobnikih s številom zob pod 17 je potrebno izvesti pozitivni profilni pomik. Število zob planetnika dobimo po enačbi:

$$\begin{aligned} m \cdot z_3 &= m \cdot z_1 + 2 \cdot m \cdot z_2 \\ z_2 &= \frac{z_3 - z_1}{2} \end{aligned} \quad (11)$$

Pri določitvi števila planetnikov moramo upoštevati pogoj za k , ki mora biti celo število.

$$k = \frac{z_1 + z_3}{n_p} \quad (12)$$

3. Vrtilni momenti na posameznih gredih

Izpolnjen mora biti ravnotežni pogoj za vrtilne momente. Vsota momentov, ki vstopajo in izstopajo iz gonila mora biti enaka 0.

$$M_{t1} + M_{t3} + M_{tS} = 0$$

$$1 + \frac{M_{t3}}{M_{t1}} + \frac{M_{tS}}{M_{t1}} = 0 \quad (13)$$

Vrtilni moment, ki vrtilni v smeri urinega kazalca je pozitiven.

Če ne upoštevamo izgub, valjajo sledeče zveze med vrtilnimi momenti na posameznih gredih:

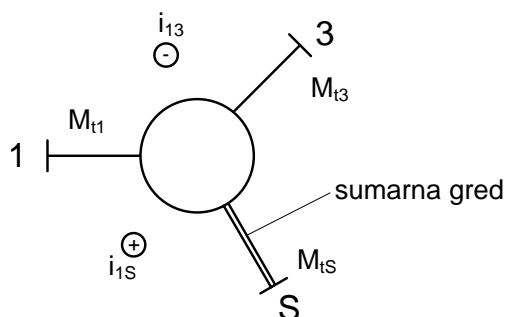
$$\frac{M_{t3}}{M_{t1}} = -i_{13} \quad (14)$$

$$\frac{M_{tS}}{M_{t1}} = -(1 - i_{13}) \quad (15)$$

$$\frac{M_{tS}}{M_{t3}} = \frac{1 - i_{13}}{i_{13}} \quad (16)$$

Pri poznanih vrtilnih momentih in premerih zobnikov lahko določimo obodne sile na kinematskih krogih zobnikov in obodno silo na ročici.

Razmere v zvezi s prestavami in momenti lahko predstavimo z Wolfovo shemo. Wolfov simbol za planetno gonilo je sestavljen iz kroga in treh radialno izhajajočih črt, Gredi so zaključene s prečnimi črtami. Gred miruje (je blokirana), če je prečni črti dodana šrafura.. Ob gredih lahko zapišemo vrednosti momentov, v prostor med gredmi pa vrednosti prestav. Gred z absolutno največjim momentom imenujemo sumarna gred. Označimo jo z dvojno radialno črto, leži pa nasproti negativne prestave.



Slika 2: Wolfova shema za gonilo 1AI

4. Moči na gredeh in izkoristek gonila

4.1 Kotalna in sklopna moč

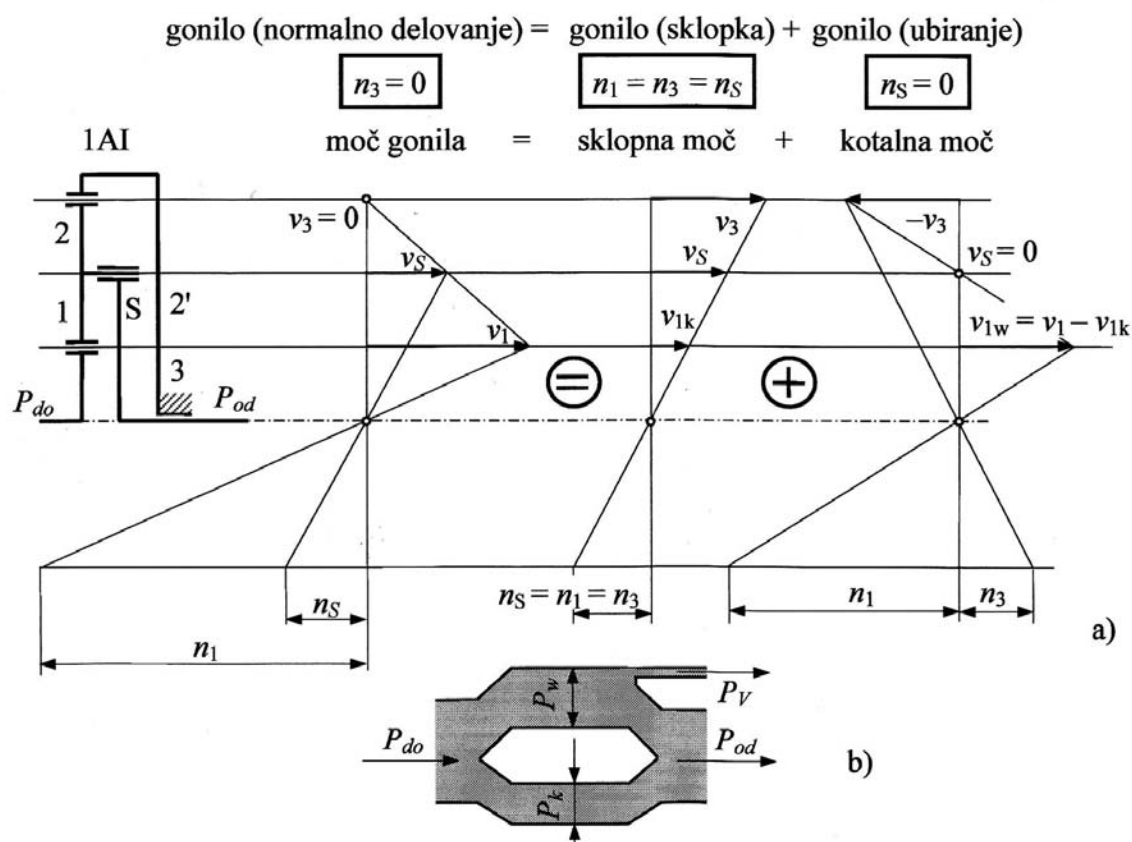
Vsako planetno gonilo se lahko obnaša kot planetno, kot stabilno, če ročico blokiramo, ali pa kot zobniška sklopka, če se planetna gred vrti z enako vrtilno frekvenco kot sončni gredi.

Na slikah 3 in 4 so prikazani diagrami obodnih hitrosti. Razstavimo jih na relativne hitrosti napram planetni gredi ($n_s = 0$) in na sistemsko hitrost, s katero se vrti opazovalec na planetni gredi. Če obodne hitrosti pomnožimo s silami oz. momente na posameznih gredeh s kotnimi hitrostmi dobimo moči, ki se po posameznih gredeh prenašajo. Moč, ki ustreza relativnim hitrostim je **kotalna moč** P_w , moč pa, ki pri planetnih gonilih ustreza sistemskim hitrostim je **sklopna moč** P_k . Vsota obeh moči mora biti enaka dovedeni moči.

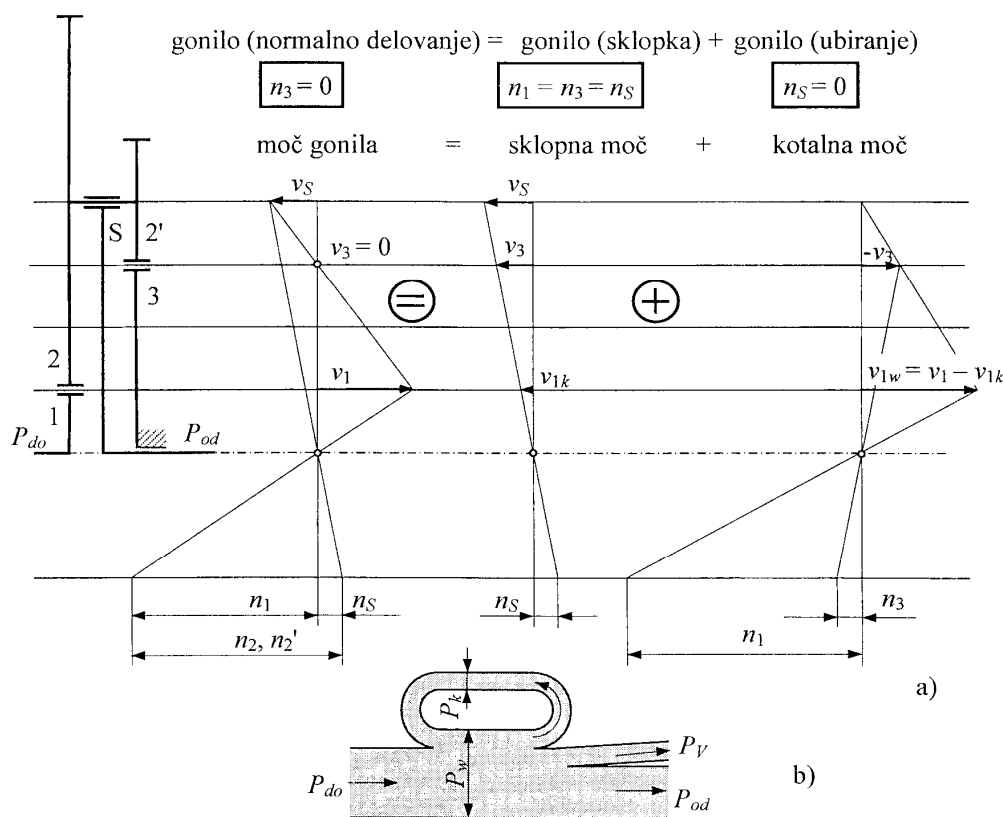
$$P_1 = P_{k1} + P_{w1} = M_{t1} \cdot \omega_s + M_{t1} \cdot (\omega_1 - \omega_s) \quad (17)$$

$$P_3 = P_{k3} + P_{w3} = M_{t3} \cdot \omega_s + M_{t3} \cdot (\omega_3 - \omega_s) \quad (18)$$

$$P_s = -M_{ts} \cdot \omega_s \quad (19)$$



Slika 3: Delitev moči v planetnem gonilu 1AI
a) diagrami hitrosti, b) tok moči, (Vir [3])



Slika 4: Delitev moči v planetnem gonilu 2AA ($z_1 < z_3$)
 a) diagrami hitrosti, b) tok moči, (Vir [3])

4.2 Izkoristek planetnega gonila

Sklopna moč se prenaša brez izgub, ki nastanejo na ubirnih mestih. Izgube moči P_v zaradi ubiranja bokov zob, so proporcionalne kotalni moči. Ob prenašanju ene in druge vrste moči pa nastanejo izgube v ležajih, tesnilih in izgube zaradi mešanja olja.

Izgube moči na ubirnih mestih

$$P_v = P_{v1} + P_{v3} = (1 - \eta_{z1}) \cdot |P_{w1}| + (1 - \eta_{z3}) \cdot |P_{w3}| \quad (20)$$

η_{z1}, η_{z3} izkoristka ozobja na ubirnih mestih

Izkoristek ubiranja zob

$$\eta_z = \frac{P_{od}}{P_{do}} = \frac{(P_{do} - P_v)}{P_{do}} = 1 - \frac{P_v}{P_{do}} \quad (21)$$

Celoten izkoristek gonila

$$\eta_{pg} = \eta_z \cdot \eta_T \cdot \eta_L \cdot \eta_{pl} \quad (22)$$

η_T izkoristek za tesnil

η_L izkoristek kotalnih ležajev

η_{pl} izkoristek zaradi pljuskanja olja

5. Literatura

- [1] Linke, H.: Stirnradverzahnungen, Carl Hanser Verlag, München, 2010.
- [2] Haberhauer, H., Bodenstern, F.: Maschinenelemente-Gestaltung, Berechnung, Anwendung, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2001.
- [3] Flašker, J., Pehan, S.: Prenosniki moči, Fakulteta za strojništvo, Maribor, 2005
- [4] Hlebanja, J.: Planetna gonila, Fakulteta za strojništvo, Ljubljana, 1964