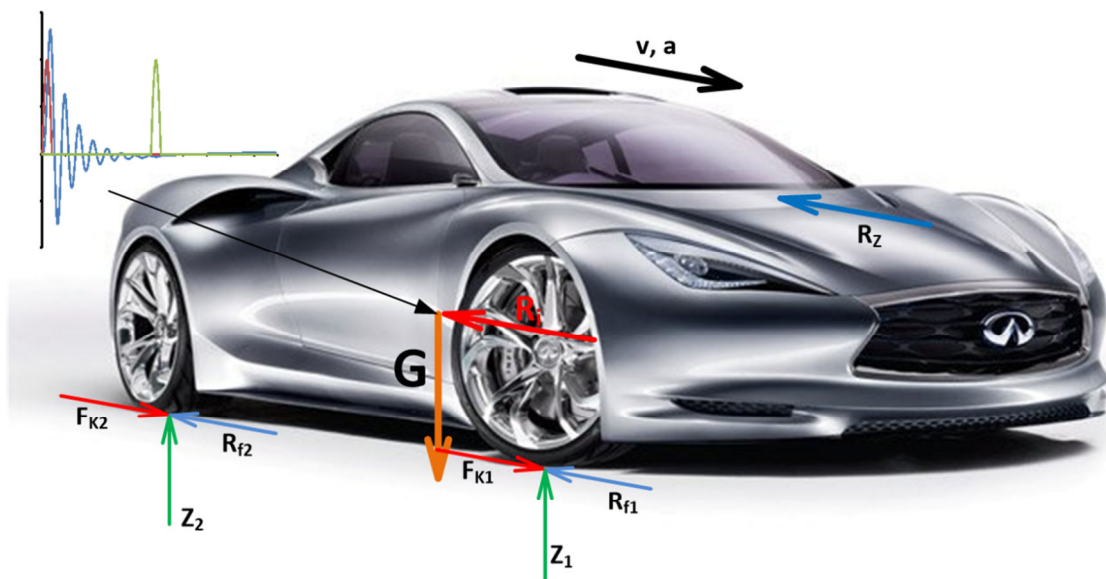


VAJE IN PREDLOGE  
za predmet

# DINAMIKA VOZIL



Učni načrt 30/30 - 5KT

**Nosilec predmeta:**  
prof.dr. Jernej Klemenc

**Avtor:**  
doc. dr. Simon Oman

Ljubljana, 2019

## Predgovor

Za delo v razvoju in obvladovanju uporabe vozil je potrebno obvladati presek naključnih prostorov vozilo-voznik-okolica. Predmet obravnava vse tri vplive na vožnjo vozila, na dinamske pojave in posledice. Omogoča obvladovanje pojavov nakotaljevanja, sestavo bilanc pogonske in zavorne moči, mejne karakteristike vožnje in vozila, nestabilnosti, kritične situacije in podobno. Študentu omogoči deduktivno sklepanje in kritično obravnavo posledic dinamičnih pojavov. Da osnovno znanje za modeliranje in računalniške simulacije ter preskušanje v realnem okolju.

Zbirka vaj in predlog za predmet Dinamika vozil je učni pripomoček, ki smo ga prilagodili novemu študijskemu programu RR na drugi stopnji. Zbrali smo nekaj nalog iz področja odziva vozila pri pospeševanju in zaviranju vozila ter osnovne postopke za reševanje teh nalog. S temi nalogami se študentje seznanijo z osnovnimi preračuni odziva vozila v smeri vožnje. Pripravili smo tudi tri vaje pri katerih študentje na podlagi individualnih podatkov obravnavajo dinamično karakteristiko vozila v smeri vožnje in v vertikalni smeri ob naletu na oviro ter natančneje obravnavajo zaviranje vozila oziroma optimalno porazdelitev zavornih sil pri različnih podlagah.

V Ljubljani, dne 1.10.2019

prof.dr. Jernej Klemenc

doc. dr. Simon Oman

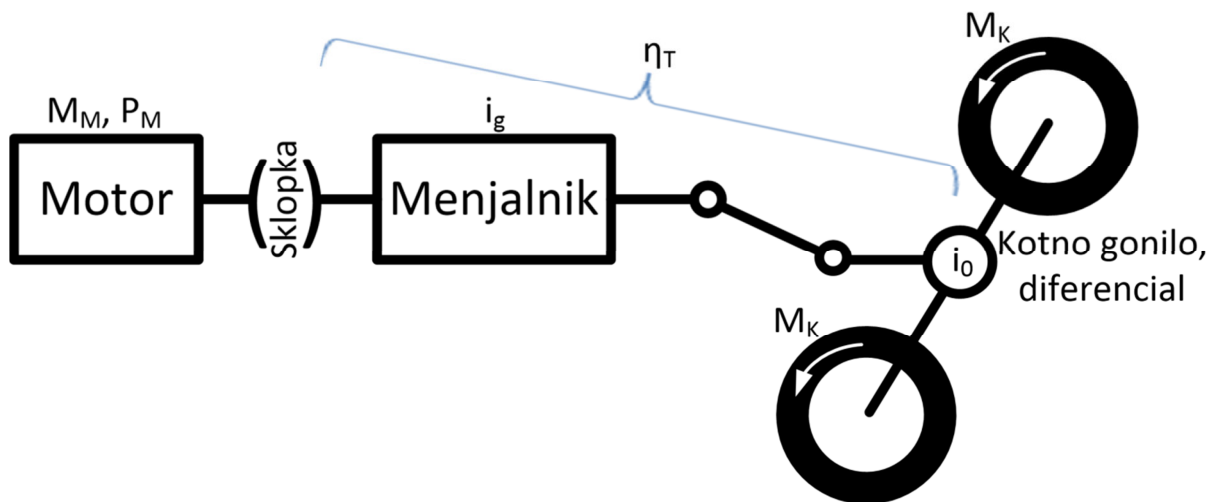
## KAZALO VSEBINE

	str.
Predgovor.....	I
Kazalo vsebine.....	II
1. Sile pri pospeševanju vozila.....	1
2. Sile pri zaviranju vozila.....	10
3. Dinamična karakteristika vozila.....	16
4. Vertikalni odziv vozila ob naletu na oviro.....	41
5. Določitev optimalne razporeditve zavornih sil.....	49

# 1. Sile pri pospeševanju vozila

## 1.1 Bilanca vlečnih sil

Izstopni navor motorja vozila se preko sklopke, menjalnika in kotnega gonila prenaša na pogonska kolesa vozila. Iz navora na kolesu je enolično določljiva tudi vlečna sila na kolesih, ki mora biti v vsakem trenutku enaka vsoti vseh voznihi uporov (v kolikor kot vozni upor štejemo tudi silo inercije, ki nastane kot reakcija pospeševanja).



$P_K = P_M \cdot \eta_T$ ....moč na kolesu

$P_M$ ....moč motorja

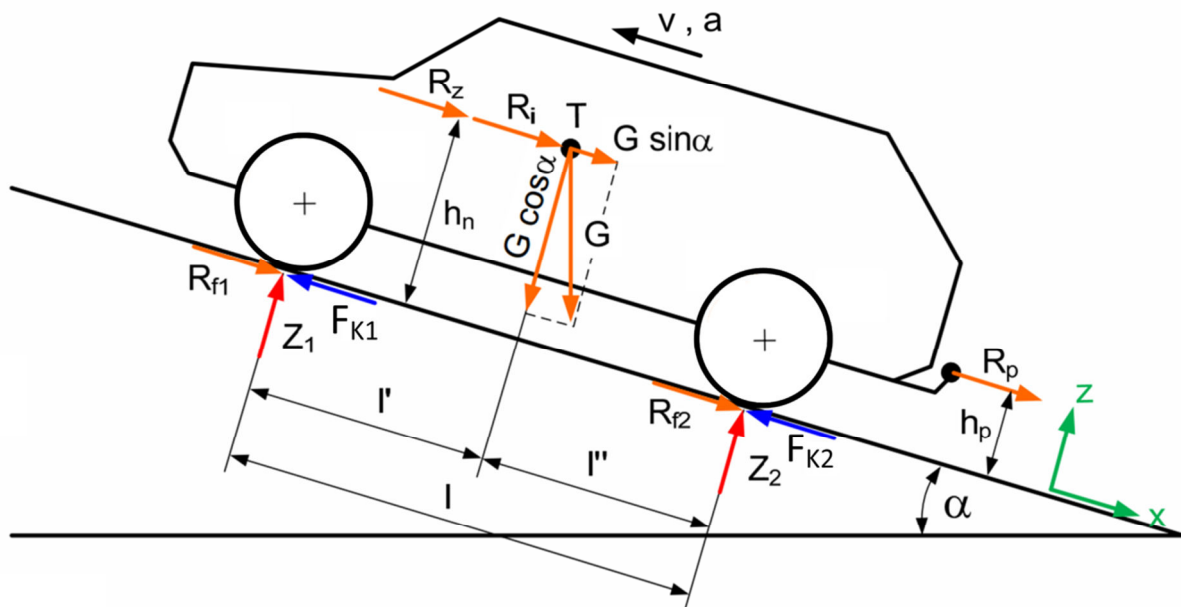
$\eta_T$ ....izkoristek celotne transmisije

$M_K = M_M \cdot i_g \cdot i_0 \cdot \eta_T$ ....torzijski moment na kolesu

$M_M$ ....torzijski moment motorja

$i_g$ ....prestava menjalnika

$i_0$ ....prestava kotnega gonila



$F_K = \frac{M_K}{r_{st}}$ .... vlečna sila na kolesu

$r_{st}$ .... statični premer kolesa

$$\sum F_{ix} = 0$$

$$F_K = F_{K1} + F_{K2} = \sum_{k=1}^n R_k = R_p + R_{f1} + R_{f2} + R_i + G \cdot \sin \alpha + R_Z$$

$R_p$ .... upor prikolice

$R_f = G \cdot \cos \alpha \cdot f$ .... kotalni upor koles

$f$ .... koeficient kotalnega upora

$R_i = m \cdot a \cdot \delta$ .... inercijska sila

$m$ .... masa vozila

$a$ .... pospešek vozila

$\delta$ .... faktor vpliva rotacijskih mas

$R_Z = \frac{1}{2} \cdot \rho_Z \cdot A \cdot c \cdot v^2$ .... upor zraka

$\rho_Z$ .... gostota zraka

$A$ .... prečni presek vozila

$c$ .... koeficient zračnega upora vozila

$v$ .... hitrost vozila

## 1.2 Dinamične reakcije tal

V kolikor iz znanega navora motorja računamo maksimalno mogočo vlečno silo pri posamezni hitrosti je za natančen preračun to silo po potrebi potrebno omejiti z maksimalno silo, ki se še lahko preko pnevmatike prenaša na podlago ne da bi pnevmatika zdrsnila. Maksimalna sila, ki se preko pnevmatike lahko prenese na podlago je odvisna od koeficienta sojemanja med pnevmatiko in podlago in pritisne sile oziroma reakcije tal.

$$\sum F_{iZ} = 0$$

$$G \cdot \cos\alpha = Z_1 + Z_2$$

$$\sum M_{i1} = 0$$

$$Z_2 \cdot l - G \cdot l' \cdot \cos\alpha - G \cdot h_n \cdot \sin\alpha - R_i \cdot h_n - R_Z \cdot h_n - R_P \cdot h_P = 0$$

$$Z_2 = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha + G \cdot h_n \cdot \sin\alpha + R_i \cdot h_n + R_Z \cdot h_n + R_P \cdot h_P}{l}$$

$$\sum M_{i2} = 0$$

$$Z_1 \cdot l - G \cdot l'' \cdot \cos\alpha + G \cdot h_n \cdot \sin\alpha + R_i \cdot h_n + R_Z \cdot h_n + R_P \cdot h_P = 0$$

$$Z_1 = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha - G \cdot h_n \cdot \sin\alpha - R_i \cdot h_n - R_Z \cdot h_n - R_P \cdot h_P}{l}$$

Če predpostavimo:  $h_n = h_P$  lahko enačbe poenostavimo:

$$F_K - R_f = G \cdot \sin\alpha + R_P + R_i + R_Z$$

$$Z_1 = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha - h_n(G \cdot \sin\alpha + R_i + R_Z + R_P)}{l} = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha - h_n(F_K - R_f)}{l}$$

$$Z_2 = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha + h_n(G \cdot \sin\alpha + R_i + R_Z + R_P)}{l} = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha + h_n(F_K - R_f)}{l}$$

Dinamična razporeditev reakcij tal je drugačna od statične. Zato definiramo koeficiente prerazporeditve:

$$m_1 = \frac{Z_1}{G_1} = \frac{Z_1 \cdot l}{G \cdot l''}$$

$$m_2 = \frac{Z_2}{G_2} = \frac{Z_2 \cdot l}{G \cdot l'}$$

$G_1, G_2, \dots$  statične reakcije tal na prvi in drugi osi

### 1.3 Določitev največje možne vlečne sile

$$F_{Kmax} = Z_i \cdot \varphi$$

$Z_i$ ....del teže na pogonskih kolesih

$\varphi$ ....koeficient sojemanja med pnevmatiko in podlago

**Pogon zadaj:**

$$F_K = Z_2 \cdot \varphi$$

Ta pogoj lahko vstavimo v enačbo za izračun  $Z_2$  in dobimo:

$$Z_2 = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha + h_n(F_K - R_f)}{l} = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha + h_n(Z_2 \cdot \varphi - G \cdot \cos\alpha \cdot f)}{l}$$

$$Z_2(l - h_n \cdot \varphi) = G \cdot \cos\alpha(l' - h_n \cdot f) \rightarrow Z_2 = G \cdot \cos\alpha \frac{l' - h_n \cdot f}{l - h_n \cdot \varphi}$$

$$(F_{K2})_{max} = Z_2 \cdot \varphi = \varphi \cdot G \cdot \cos\alpha \frac{l' - h_n \cdot f}{l - h_n \cdot \varphi}$$

**Pogon spredaj:**

$$F_K = Z_1 \cdot \varphi$$

Ta pogoj lahko vstavimo v enačbo za izračun  $Z_1$  in dobimo:

$$Z_1 = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha - h_n(F_K - R_f)}{l} = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha - h_n(Z_1 \cdot \varphi - G \cdot \cos\alpha \cdot f)}{l}$$

$$Z_1(l + h_n \cdot \varphi) = G \cdot \cos\alpha(l'' + h_n \cdot f) \rightarrow Z_1 = G \cdot \cos\alpha \frac{l'' + h_n \cdot f}{l + h_n \cdot \varphi}$$

$$(F_{K1})_{max} = Z_1 \cdot \varphi = \varphi \cdot G \cdot \cos\alpha \frac{l'' + h_n \cdot f}{l + h_n \cdot \varphi}$$

**Pogon 4x4:**

$$(F_{K4x4})_{max} = G \cdot \cos\alpha \cdot \varphi$$

Razmerje med vlečno silo na sprednjih in zadnjih kolesih mora biti točno določeno!

$$Z_2 = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha + h_n(F_K - R_f)}{l} = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha + h_n(G \cdot \cos\alpha \cdot \varphi - G \cdot \cos\alpha \cdot f)}{l}$$

$$Z_2 \cdot l = G \cdot \cos\alpha(l' + h_n(\varphi - f)) \rightarrow Z_2 = G \cdot \cos\alpha \frac{l' + h_n(\varphi - f)}{l}$$

$$Z_1 = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha - h_n(F_K - R_f)}{l} = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha - h_n(G \cdot \cos\alpha \cdot \varphi - G \cdot \cos\alpha \cdot f)}{l}$$

$$Z_1 \cdot l = G \cdot \cos\alpha(l'' - h_n(\varphi - f)) \rightarrow Z_1 = G \cdot \cos\alpha \frac{l'' - h_n(\varphi - f)}{l}$$

Sedaj lahko zapišemo razmerje vlečnih sil:

$$k = \frac{Z_1 \cdot \varphi}{Z_2 \cdot \varphi} = \frac{l'' - h_n(\varphi - f)}{l' + h_n(\varphi - f)}$$

V kolikor želimo imeti enaki sili na obeh kolesih lahko določimo položaj težišča vozila:

$$k = 1 \rightarrow l'' - h_n(\varphi - f) = l' + h_n(\varphi - f)$$

$$l - l' - h_n(\varphi - f) = l' + h_n(\varphi - f)$$

$$l' = \frac{l}{2} - h_n(\varphi - f)$$



## 1.4 Določitev mejnih vrednosti

Največji vzpon:

$$R_i = 0; R_Z \approx 0$$

a) Pogon spredaj

$$(F_{K1})_{max} = \varphi \cdot G \cdot \cos\alpha \frac{l'' + h_n \cdot f}{l + h_n \cdot \varphi} = G \cdot \sin\alpha + G \cdot f \cdot \cos\alpha$$

$$\tan\alpha = \varphi \cdot \frac{l'' + h_n \cdot f}{l + h_n \cdot \varphi} - f$$

b) Pogon zadaj

$$\tan\alpha = \varphi \cdot \frac{l' - h_n \cdot f}{l - h_n \cdot \varphi} - f$$

c) Pogon 4x4

$$\tan\alpha = \varphi - f$$

Največja hitrost:

$$R_i = 0; G \cdot \sin\alpha = 0$$

a) Pogon spredaj

$$(F_{K1})_{max} = \varphi \cdot G \cdot \frac{l'' + h_n \cdot f}{l + h_n \cdot \varphi} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot A \cdot v^2 + G \cdot f$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{G \cdot (\varphi \cdot l'' - f \cdot l)}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot A \cdot (l + h_n \cdot \varphi)}}$$

b) Pogon zadaj

$$v_{max} = \sqrt{\frac{G \cdot (\varphi \cdot l' - f \cdot l)}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot A \cdot (l - h_n \cdot \varphi)}}$$

## c) Pogon 4x4

$$v_{max} = \sqrt{\frac{G \cdot (\varphi - f)}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot A}}$$

Največji pospešek:

$$R_z \approx 0; G \cdot \sin \alpha = 0$$

## a) Pogon spredaj

$$(F_{K1})_{max} = \varphi \cdot G \cdot \frac{l'' + h_n \cdot f}{l + h_n \cdot \varphi} = \frac{G}{g} \cdot \delta \cdot a + G \cdot f$$

$$a_{max} = \frac{g \cdot (\varphi \cdot l'' - f \cdot l)}{\delta \cdot (l + h_n \cdot \varphi)}$$

## b) Pogon zadaj

$$a_{max} = \frac{g \cdot (\varphi \cdot l' - f \cdot l)}{\delta \cdot (l - h_n \cdot \varphi)}$$

## c) Pogon 4x4

$$a_{max} = \frac{g}{\delta} \cdot (\varphi - f)$$

## 1.5 Naloge

1. Kamion s pogonom na zadnja kolesa se pospešeno premika po klancu z naklonom 6%. Pri tem so:

- začetna hitrost  $v_0=40\text{km/h}$
- koeficient kotalnega upora  $f=0,025$
- statični pritiski sili  $G_1=14710\text{N}$ ,  $G_2=17652\text{N}$
- višina težišča  $h_n=1\text{m}$
- medosna razdalja  $l=3,3\text{m}$
- faktor upora zraka  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot A = 0,196 \text{Ns}^2/\text{m}^2$
- koeficient sojemanja  $\varphi = 0,6$

Če motor na kolesih razvije moč  $P_K=80\text{KM}$  je potrebno določiti:

- a) koeficienta dinamične prerazporeditve teže  $m_1$ ,  $m_2$ ,
  - b) maksimalni mogoči pospešek na danem vzponu,
  - c) maksimalno hitrost kamiona na ravnem cestišču pri nespremenljivi moči,
  - d) maksimalen mogoč pospešek kamiona na ravnem cestišču pri dani začetni hitrosti,
  - e) maksimalni vzpon kamiona pri hitrosti  $40\text{km/h}$ .
2. Osebno vozilo je opremljeno s štiristopenjskim menjalnikom s prestavnimi razmerji  $i_1=3,75$ ;  $i_2=2,3$ ;  $i_3=1,49$ ;  $i_4=1,0$  in s pnevmatikami katerih kotalni polmer znaša  $0,285\text{m}$ . Vozilo pri neznanem številu vrtljajev kolenske gredi v prvi prestavi doseže hitrost  $22,2\text{km/h}$ . Določite
- a) Kako se spreminja hitrost premikanja vozila pri spreminjanju prestav, če se motor vrti z enako vrtilno hitrostjo ( $v_2$ ,  $v_3$ ,  $v_4=?$ )?
  - b) Kolikšen je prenos kotnega gonila, če se pri maksimalnih vrtljajih motorja  $n_{Mmax}=5200\text{vrt/min}$  v četrti prestavi vozilo pelje s hitrostjo  $145\text{km/h}$ ?
3. Osebno vozilo se v četrti prestavi premika s konstantno hitrostjo  $135\text{km/h}$ . Pri tem motor razvije moč  $PM=90\text{KM}$  ( $=0,746 \cdot 90=67,14\text{kW}$ ). Vozilo je opremljeno s pnevmatikami s kotalnim polmerom  $0,32\text{m}$ . Dano je še:

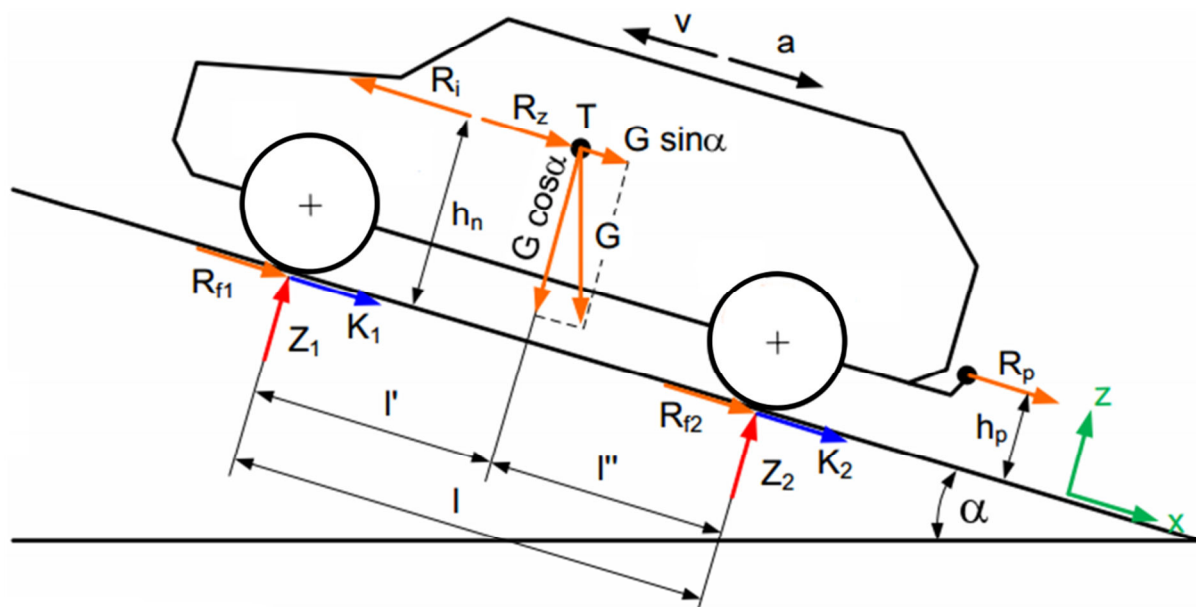
- $i_{kg}=4,125$
- $i_4=1,03$
- izkoristek celotne transmisije  $\eta_T=0,92$

Določite:

- a) vlečno silo na pogonskih kolesih,
- b) vrtilno hitrost kolenaste gredi,
- c) kako se spremeni moč potrebna za premagovanje upora zraka, če se hitrost vozila poveča iz  $40 \text{ km/h}$  na  $70\text{km/h}$ ,
- d) s kakšno hitrostjo se premika vozilo če je za premagovanje zračnega upora potrebnih  $10\text{KM}$  moči na pogonskih kolesih ob poznanem faktorju upora zraka, ki znaša  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot A = 0,5 \text{Ns}^2/\text{m}^2$ .

4. Osebno vozilo se premika po vodoravni poti s konstantno hitrostjo  $v=120\text{km/h}$ . Pri tem so poznani parametri:
- koeficient kotalnega upora  $f=0,031$
  - izkoristek transmisije  $\eta_T=0,91$
  - koeficient upora zraka  $c=0,25\text{Ns}^2/\text{m}^4$
  - skupna teža vozila  $G=11,85\text{kN}$
  - širina in višina vozila  $B=1,58\text{m}$ ;  $H=1,45\text{m}$
- Določite:
- a) vlečno silo na pogonskih kolesih in potrebno moč motorja,
  - b) prestavno razmerje menjalnika če vozilo pospešuje z  $a=0,72\text{m/s}^2$  in je pri tem vlečna sila za pospeševanje vztrajnostnih mas  $R_i=950\text{N}$  (uporabite empirično enačbo za izračun koeficienta vpliva rotacijskih mas  $\delta = 1,04 + 0,04 \cdot i_m^2$ ),
  - c) kako se spremeni potrebna moč motorja če na delu ceste piha čelni veter s hitrostjo  $4,5\text{m/s}$ .
5. Dvoosno osebno vozilo ima koeficient kotalnega upora podan v obliki  $f = 0,016 + 10^{-6} \cdot 0,6 \cdot v^2$ , upor zraka pa v obliki  $R_z = 0,0196 \cdot v^2$  ( $v - [\text{km/h}]$ ). Poznamo še:
- $m=900\text{kg}$
  - $\eta_T=0,92$
  - pri hitrosti  $44\text{km/h}$  motor razvije moč  $P_M=17,65\text{kW}$
- Določite:
- a) največji možen pospešek vozila na ravnini pri dani hitrosti,
  - b) hitrost čelenga vetra, če se je upor zraka povečal za 25% glede na upor zraka pri premikanju vozila po mirnem ozračju pri dani hitrosti.
6. Poznane so tehnične lastnosti motornega vozila:  $m=1250\text{kg}$ ,  $P_{Mmax}=38,98\text{kW}$  pri  $n=5320\text{vrt/min}$ ,  $\eta_T=0,9$  v  $i_4=1,042$ ;  $\eta_T=0,92$  v  $i_2=2,267$ . Vozilo v četrti prestavi na ravni cesti razvije hitrost  $138\text{km/h}$ . Z enakimi vrtljaji motorja se vozilo vzpenja v 15% klanec v drugi prestavi. Določite:
- a) vrednosti  $A$  in  $B$  če je skupni upor kotaljenja in zraka podan v obliki  $R = A + B \cdot v^2$ ,
  - b) potrebno moč in vrtljaje motorja, da bi se vozilo v četrti prestavi s hitrostjo  $45\text{km/h}$  vzpenjalo v klanec z naklonom  $6,1\%$ .
7. Znane so naslednje tehnične značilnosti vozila:
- največji navor motorja  $M_{Mmax}=219,7\text{Nm}$  pri  $n=1400\text{vrt/min}$
  - največja moč se razvije pri  $n=2800\text{vrt/min}$  pri čemer je vrtilni moment  $M_M=175,54\text{nM}$
  - izkoristek transmisije  $\eta_T=0,85$ .
- Vozilo premaguje skupni zunanji upor  $R=2942\text{N}$  s prestavnim razmerjem glavnega prenosnika  $i_0'$  v režimu  $M_{Mmax}$ . V režimu  $P_{Mmax}$  vozilo premaguje enak zunanji upor  $R=2942\text{N}$  s prestavo glavnega prenosnika  $i_0''$ . Določite:
- a) Kolikšen največji upor lahko premaguje vozilo v režimu  $M_{Mmax}$  s prestavo glavnega prenosnika  $i_0''$ ?
  - b) Kolikšni sta največji hitrosti in hitrost pri  $M_{Mmax}$  s prestavnima razmerjema  $i_0'$  in  $i_0''$ ?

## 2. Sile pri zaviranju vozila



$$\sum F_{ix} = 0$$

$$K = K_1 + K_2 = R_i - R_p - R_{f1} - R_{f2} \mp G \cdot \sin\alpha - R_z$$

$K_i$ ....zavorne sile na posamezni osi

### 2.1 Dinamične reakcije tal

Podobno kot pri pospeševanju je tudi velikost zavorne sile pri zaviranju omejena z zdrsom kolesa. V kolikor želimo določiti mejne velikosti in ustrezno porazdelitev zavornih sil moramo najprej poznati dinamične reakcije podlage na posamezni osi vozila.

$$\sum F_{iz} = 0$$

$$G \cdot \cos\alpha = Z_1 + Z_2$$

$$\sum M_{i1} = 0$$

$$Z_2 \cdot l - G \cdot l' \cdot \cos\alpha \mp G \cdot h_n \cdot \sin\alpha + R_i \cdot h_n - R_z \cdot h_n - R_p \cdot h_p = 0$$

$$Z_2 = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha \pm G \cdot h_n \cdot \sin\alpha - R_i \cdot h_n + R_z \cdot h_n + R_p \cdot h_p}{l}$$

$$\sum M_{i2} = 0$$

$$Z_1 \cdot l - G \cdot l'' \cdot \cos\alpha \pm G \cdot h_n \cdot \sin\alpha - R_i \cdot h_n + R_Z \cdot h_n + R_P \cdot h_P = 0$$

$$Z_1 = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha \mp G \cdot h_n \cdot \sin\alpha + R_i \cdot h_n - R_Z \cdot h_n - R_P \cdot h_P}{l}$$

Če predpostavimo:  $h_n = h_P$  lahko enačbe poenostavimo:

$$K + R_f = \mp G \cdot \sin\alpha - R_P + R_i - R_Z$$

$$Z_1 = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha + h_n(\mp G \cdot \sin\alpha + R_i - R_Z - R_P)}{l} = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha + h_n(K + R_f)}{l}$$

$$Z_2 = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha - h_n(\mp G \cdot \sin\alpha + R_i - R_Z - R_P)}{l} = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha - h_n(K + R_f)}{l}$$

## 2.2 Določitev največje možne zavorne sile

$$K_{max} = Z_i \cdot \varphi$$

$Z_i$ ....del teže na pogonskih kolesih

$\varphi$ ....koeficient sojemanja med pnevmatiko in podlago

**Zaviranje samo zadaj:**

$$K = Z_2 \cdot \varphi$$

Ta pogoj lahko vstavimo v enačbo za izračun  $Z_2$  in dobimo:

$$Z_2 = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha - h_n(K + R_f)}{l} = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha - h_n(Z_2 \cdot \varphi + G \cdot \cos\alpha \cdot f)}{l}$$

$$Z_2(l + h_n \cdot \varphi) = G \cdot \cos\alpha(l' - h_n \cdot f) \rightarrow Z_2 = G \cdot \cos\alpha \frac{l' - h_n \cdot f}{l + h_n \cdot \varphi}$$

$$(K_2)_{max} = Z_2 \cdot \varphi = \varphi \cdot G \cdot \cos\alpha \frac{l' - h_n \cdot f}{l + h_n \cdot \varphi}$$

**Zaviranje samo spredaj:**

$$K = Z_1 \cdot \varphi$$

Ta pogoj lahko vstavimo v enačbo za izračun  $Z_1$  in dobimo:

$$Z_1 = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha + h_n(K + R_f)}{l} = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha + h_n(Z_1 \cdot \varphi + G \cdot \cos\alpha \cdot f)}{l}$$

$$Z_1(l - h_n \cdot \varphi) = G \cdot \cos\alpha(l'' + h_n \cdot f) \rightarrow Z_1 = G \cdot \cos\alpha \frac{l'' + h_n \cdot f}{l - h_n \cdot \varphi}$$

$$(K_1)_{max} = Z_1 \cdot \varphi = \varphi \cdot G \cdot \cos\alpha \frac{l'' + h_n \cdot f}{l - h_n \cdot \varphi}$$

Zaviranje na vsa štiri kolesa:

$$(K_{4x4})_{max} = G \cdot \cos\alpha \cdot \varphi$$

Razmerje med zavorno silo na sprednjih in zadnjih kolesih mora biti točno določeno!

$$Z_2 = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha - h_n(K + R_f)}{l} = \frac{G \cdot l' \cdot \cos\alpha - h_n(G \cdot \cos\alpha \cdot \varphi + G \cdot \cos\alpha \cdot f)}{l}$$

$$Z_2 \cdot l = G \cdot \cos\alpha(l' - h_n(\varphi + f)) \rightarrow Z_2 = G \cdot \cos\alpha \frac{l' - h_n(\varphi + f)}{l}$$

$$Z_1 = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha + h_n(K + R_f)}{l} = \frac{G \cdot l'' \cdot \cos\alpha + h_n(G \cdot \cos\alpha \cdot \varphi + G \cdot \cos\alpha \cdot f)}{l}$$

$$Z_1 \cdot l = G \cdot \cos\alpha(l'' + h_n(\varphi + f)) \rightarrow Z_1 = G \cdot \cos\alpha \frac{l'' + h_n(\varphi + f)}{l}$$

Sedaj lahko zapišemo razmerje zavornih sil:

$$k = \frac{Z_1 \cdot \varphi}{Z_2 \cdot \varphi} = \frac{l'' + h_n(\varphi + f)}{l' - h_n(\varphi + f)}$$

### 2.3 Določitev mejnih vrednosti

Največji pojemek:

$$R_z \approx 0; G \cdot \sin\alpha = 0$$

a) Zaviranje samo spredaj

$$K + R_f = R_i \mp G \cdot \sin\alpha = K + G \cdot \cos\alpha \cdot f = \frac{G}{g} \cdot \delta \cdot a \mp G \cdot \sin\alpha$$

$$(K_1)_{max} = \varphi \cdot G \cdot \cos\alpha \frac{l'' + h_n \cdot f}{l - h_n \cdot \varphi} = \frac{G}{g} \cdot \delta \cdot a \mp G \cdot \sin\alpha - G \cdot \cos\alpha \cdot f$$

$$a_{max} = \frac{g \cdot (\varphi \cdot l'' + f \cdot l)}{\delta \cdot (l - h_n \cdot \varphi)}$$

b) Zaviranje samo zadaj

$$a_{max} = \frac{g \cdot (\varphi \cdot l' + f \cdot l)}{\delta \cdot (l + h_n \cdot \varphi)}$$

c) Zaviranje na vsa štiri kolesa

$$a_{max} = \frac{g}{\delta} \cdot (\varphi + f)$$



## 2.4 Naloge

- Izpeljite enačbe za izris diagrama optimalne porazdelitve zavornih sil za različne podlage oziroma koeficiente sojemanja pnevmatike s podlago in različno geometrijo vozila.
- Motorno vozilo z medosno razdaljo  $l=2,4\text{m}$  na tla preko prve osi pritiska z maso  $800\text{kg}$  in preko zadnje z maso  $1200\text{kg}$ . Težišče vozila je na višini  $h_t=1,2\text{m}$ .

V kolikor se avto pelje po ravnini določite:

- Težo, ki se prerazporedi na sprednjo os če vozilo zavira s pojemkom  $a=2,45\text{m/s}^2$
- Za primer, da je moment zaviranja enak na vsek štirih kolesih, ki so enakih dimenzij določite pojemek pri katerem je zaviranje optimalno.
- Maksimalen pojemek pri zaviranju brez drsenja če so zavorne sile spredaj in zadaj enake, koeficient sojemanja pa znaša  $\varphi=0,5$ .

V kolikor se avto pelje navzdol po klancu naklona 1:10 določite:

- Težo, ki se prerazporedi na sprednjo os če vozilo zavira s pojemkom  $a=2,45\text{m/s}^2$
  - Za primer, da je moment zaviranja enak na vsek štirih kolesih, ki so enakih dimenzij določite pojemek pri katerem je zaviranje optimalno.
  - Kakšen bi moral biti koeficient sojemanja, da bi bila pri maksimalnem mogočem zaviranju reakcija tal pod zadnjim kolesom enaka  $0\text{N}$ .
- Za dvoosno vozilo so poznane naslednje karakteristike:
    - skupna masa  $m=1200\text{kg}$
    - medosna razdalja  $l=3\text{m}$
    - višina težišča  $h_n=0,5\text{m}$
    - razmerje  $l'/l=0,6$
    - koeficient sojemanja  $\varphi=0,5$

Če vozilo zavira na vsa štiri kolesa (vprašanja a-d) določite:

- Normalne reakcije tal pri največji sili zaviranja glede na sojemanje koles s podlago
  - Največjo silo zaviranja glede na sojemanje koles s podlago
  - V kakšnem razmerju morajo biti razporejene zavorne sile da se v celoti izkoristi teža avtomobila
  - Zavorno pot za zaviranje iz hitrosti  $70\text{km/h}$  na  $20\text{km/h}$  brez upoštevanja zaviranja motorja (upor zraka zanemarite).
  - Če vozilo enkrat zavira samo s sprednjimi kolesi in drugič samo z zadnjimi določite razmerje  $l'/l$  da bi bile zavorne poti v obeh primerih enake.
  - Kako se spremenijo rešitve pod točko d in e če se zaviranje vrši na meji zdrsa in je koeficient kotalnega upora  $f=0,02$ ?
- Avtomobil skupne mase  $m=1835\text{kg}$  zavira na horizontalni cesti iz hitrosti  $90\text{km/h}$  do zaustavitve. Vožnjo okarakterizirata koeficienta, sojemanja  $\varphi=0,6$  in

kotalnega trenja  $f=0,02$ . Faktor zračnega upora znaša  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot A = 0,98 \text{ N s}^2/\text{m}^2$  in koeficient vpliva rotirajočih mas  $\delta \approx 1$ . Določite:

- Maksimalni mogoči pojemek zaviranja za dva primera:
  - z upoštevanjem upora zraka
  - brez upoštevanja upora zraka
- Zavorno pot za oba primera.

5. Vlečno kompozicijo, ki jo sestavljata tovornjak in dvoosna prikolica pelje navzdol po klancu naklonine 6%. Tovornjak ima zavore na vseh štirih kolesih medtem ko prikolica zavor nima. Določite:

- Največji mogoči pojemek zaviranja za celotno kompozicijo in tovornjak v solo vožnji (brez prikolice).
- Silo na vlečnem drogu.
- Normalne reakcije tal na osi tovornjaka ko zavira skupaj s prikolico.
- Normalne reakcije tal prikolice ob zaviranju.

Opomba: zračni upor zanemarite.

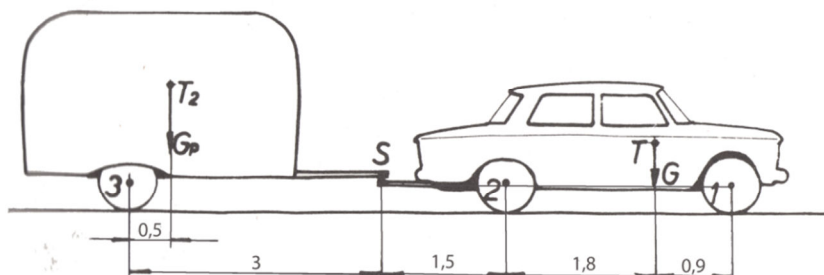
Tehnični podatki za tovornjak in prikolico so naslednji:

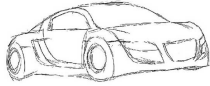
Tehnični podatki	Tovornjak	Prikolica
Skupna masa	$m_t=6500\text{kg}$	$m_p=4000\text{kg}$
Statične reakcije tal	$G_2 = 0,6 \cdot G_t$	$G_3 = 0,5 \cdot G_p$
Medosna razdalja	$L_t=6\text{m}$	$L_p=4,5\text{m}$
Višina težišča	$h_t=1,5\text{m}$	$h_p=1,8\text{m}$
Višina vlečnega droga	$h_{vd}=1\text{m}$	

Vožnjo okarakterizirata koeficienta, sojemanja  $\varphi=0,6$  in kotalnega trenja  $f=0,015$ .

- Enoosna prikolica brez zavore mase 600kg je priključena na osebno vozilo mase 1300kg. Višina težišča prikolice je 1,5m, vozila 0,6m vlečni drog pa je na višini 0,5m. V mirovanju določite:
  - Reakcije tal za vse tri osi.
  - Dodatno obtežitev osi avtomobila zaradi prikolice.
  - Koliko bi morala znašati razdalja od spojne glave do osi prikolice, da bi dodatna obtežba na zadnji osi avtomobila znašala 200kg?

Če vozilo zavira na vsa štiri kolesa s pojemkom  $2\text{m/s}^2$  določite dinamične reakcije na vseh treh oseh. Koliko bi znašal maksimalen mogoč pojemek, če je koeficient sojemanja  $\varphi=0,6$ . Kakšna mora biti pri tem pojemku razdelitev zavornih sil?





1. VAJA

# Dinamična karakteristika vozila

Dinamika vozil

**Pripravil:** doc. dr. Simon Oman, univ. dipl. inž.



## Kazalo

<b>1. Definicija naloge .....</b>	<b>18</b>
1.1 Primer podatkov o vozilu .....	19
<b>2. Teoretične osnove preračuna.....</b>	<b>21</b>
2.1 Osnovna zgradba vozila .....	21
2.2 Motor .....	21
2.3 Zobniško gonilo.....	23
2.4 Kotno gonilo .....	23
2.5 Kolesa .....	23
2.6 Dinamične razmere med vožnjo .....	23
<b>2.6.1 Kinematika vozila .....</b>	<b>23</b>
<b>2.6.2 Vozni upori .....</b>	<b>24</b>
<b>2.6.3 Vlečna sila na kolesu .....</b>	<b>30</b>
<b>2.6.4 Dinamični vozni faktor .....</b>	<b>32</b>
<b>2.6.5 Mejne strmine .....</b>	<b>33</b>
<b>2.6.6 Razpoložljiva moč na kolesih ter rezerva moči na kolesih (Bilanca moči) .....</b>	<b>34</b>
<b>2.6.7 Pospešek vozila .....</b>	<b>36</b>
<b>2.6.8 Časi pospeševanja .....</b>	<b>37</b>
<b>2.6.9 Poti pospeševanja .....</b>	<b>38</b>
2.7 Navodilo za numerično integriranje po Simpsonu .....	39
<b>3. Uporabljena literatura.....</b>	<b>40</b>



## 1. Definicija naloge

Izberite si cestno vozilo z motorjem z notranjim izgorevanjem, za katerega v dostopnih virih poiščite relevantne vhodne podatke. Samostojno izdelajte računalniški program, ki mora vključevati tri bistvene elemente: enoto za vnos podatkov, enoto za preračun karakteristik vozila ter izhodno enoto. Če se želite pisanju programa izogniti, lahko nalogo rešite tudi s katerim od programov, kot npr. z EXCEL-om. Tudi v tem primeru mora preglednica vsebovati vse tri zgoraj omenjene elemente.

Za vozilo izdelajte oziroma izračunajte in v poročilu predstavite naslednje:

- diagram zunanje karakteristike motorja  $P_M(n)$  in  $M_M(n)$ ,
- diagram vlečnih sil vozila  $F_K(v)$  in uporov  $R(v)$ ,
- diagram dinamične karakteristike  $D(v)$ ,
- diagram časa, poti in pospeševanja v odvisnosti od hitrosti  $a(v)$ ,  $t(v)$  in  $s(v)$ .
- diagram bilance moči  $P_K(v)$  z diagrami moči posameznih in skupnega upora  $P(v)_{upor}$ ,
- žagasti diagram hitrosti  $v(n)$  z vrisanim potekom pospeševanja,
- diagram mejnih strmin  $\alpha(v)$
- diagram zaloge moči  $\Delta P(v)$ ,
- iz diagramov je potrebno določiti:
  - maksimalen vzpon  $\alpha$ ,
  - maksimalen pospešek vozila  $a$ ,
  - maksimalno hitrost vozila  $v$ .

Za najvišjo oceno mora preračun pri določevanju mejnih vrednosti (pospešek, klanec...) upoštevati tudi možnost zdrsa pnevmatike.

Iz poročila mora biti razviden postopek reševanja z vsemi enačbami, ki ste jih uporabili. Sklicujte se na vire. Skupaj s poročilom je potrebno oddati še:

- elektronski vir s programom. Program oziroma preglednica naj bo uporabniku prijazno napisana.
- za možnost kontrole vašega izdelka pripravite tudi datoteko/tabelo uporabljenih vhodnih podatkov.
- datoteke z rezultati naj bodo zaradi primerjave rezultatov izračunane na osnovi podatkov v tabeli iz priloge.



## 1.1 Primer podatkov o vozilu

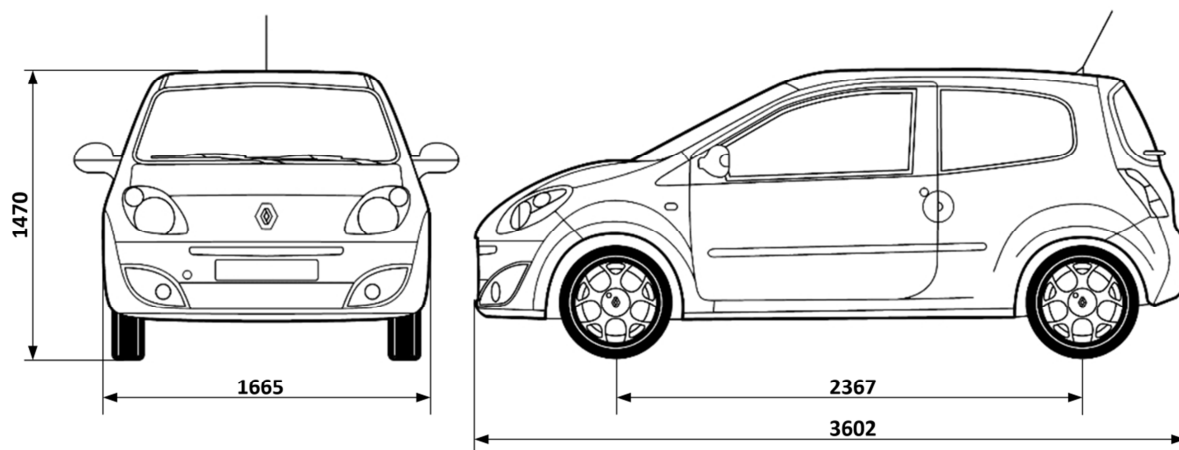
Vozilo: Renault Twingo II 1.2

Tab. 1: Zunanja karakteristika motorja

Vrtljaji [1/min]	motorja	Moč [kW]	(corr)	Navor motorja [Nm]
1518,00		11,70		73,80
2015,00		16,50		78,30
2305,00		20,00		82,80
2506,00		22,30		84,80
2710,00		24,00		84,50
3011,00		25,90		82,20
3510,00		30,70		83,60
4005,00		34,80		83,00
4499,00		37,70		80,00
5002,00		38,30		73,10
5251,00		37,90		68,80
5493,00		36,50		63,40
5999,00		32,30		51,40

Tab. 2: Teže in obtežbe

	Prazno vozilo	Max. obtežba
Obtežba prednje preme	6060 N	8100 N
Obtežba zadnje preme	4040 N	5400 N
Skupna teža vozila	10100 N	13500 N



Slika 1: Skica vozila z osnovnimi dimenzijami

Tab. 3: Prestavna razmerja menjalnika in diferenciala in izkoristki prenosa

	Oznaka	Prestavno razmerje	Oznaka	Izkoristki prenosa
Prva prestava	$i_I$	3,73	$\eta_I$	0,98
Druga prestava	$i_{II}$	2,05	$\eta_{II}$	0,98
Tretja prestava	$i_{III}$	1,39	$\eta_{III}$	0,99
Četrta prestava	$i_{IV}$	1,03	$\eta_{IV}$	0,99
Peta prestava	$i_V$	0,80	$\eta_V$	0,99
Vzratna prestava	$i_{vz}$	3,55	$\eta_{vz}$	0,98
Prestava diferenciala	$i_{dif}$	3,56	/	/
Izkor. transmisije	ostale /	/	$\eta_{ost}$	0,90

**Ostali podatki:**

- Faktor kotalnega upora -  $f = 0,01$
- Dimenzija pnevmatik 185/55 - R15
- Površina prečnega prereza vozila -  $A = 2,2\text{m}^2$
- Koeficient zračnega upora vozila -  $c = 0,35$

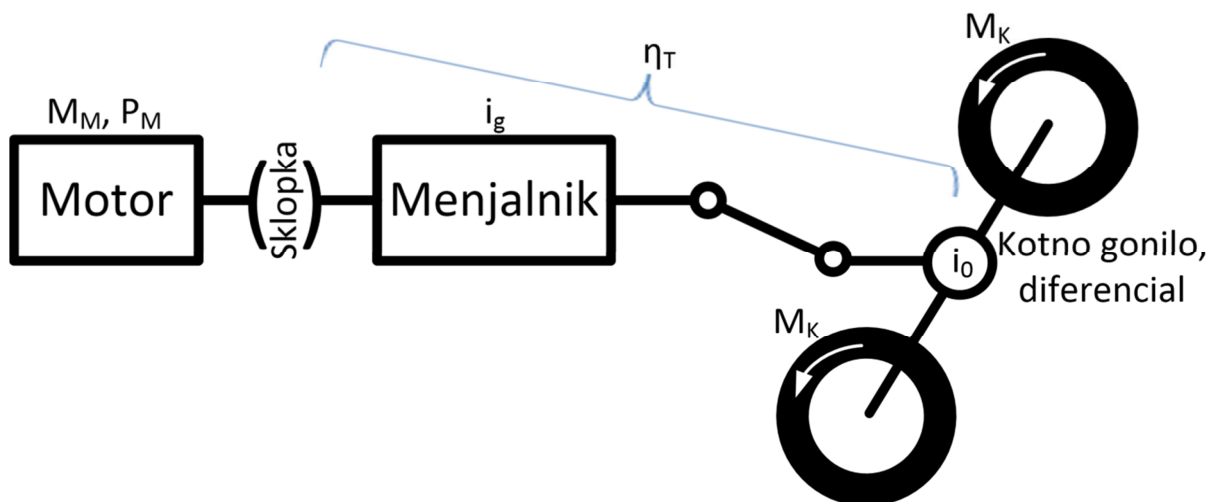


## 2. Teoretične osnove preračuna

Namen naloge je obravnavanje dinamičnih razmer med vožnjo, kot je določanje potrebnih moči za premagovanje določenih vozniških razmer, določanje pospeškov, časov pospeševanja itd.

### 2.1 Osnovna zgradba vozila

V tej vaji nas zanimajo dinamične karakteristike vozila, zato se ne bomo ukvarjali z zgradbo in lastnostmi karoserije vozila, ki razen svoje teže in koeficienta zračnega upora, nima večjega vpliva na dinamične lastnosti vozila. Pozornost bo posvečena pogonskemu sklopu, katerega shemo prikazuje Slika 2.



Slika 2: Shema pogonskega sklopa vozila

Vozilo je shematično prikazano z motorjem, ki nam pri določenem številu vrtljajev motorne gredi daje določen vrtilni moment. Ta vrtilni moment se nato prenaša preko sklopke do zobniškega gonila (menjalnik), ter nato še preko kotnega gonila (diferenciala) do koles.

### 2.2 Motor

Motor nam služi za pretvarjanje shranjene energije v mehansko vrtilno energijo. Shranjena energija je lahko v obliki kemične energije, kot so bencin, plinsko olje, premog, vodik, itd., ali pa v obliki električne energije shranjene v akumulatorjih. Glede na vrsto shranjene energije ločimo več vrst motorjev:

- motorji z notranjim izgorevanjem
- parni stroji
- plinska turbina
- elektromotorji



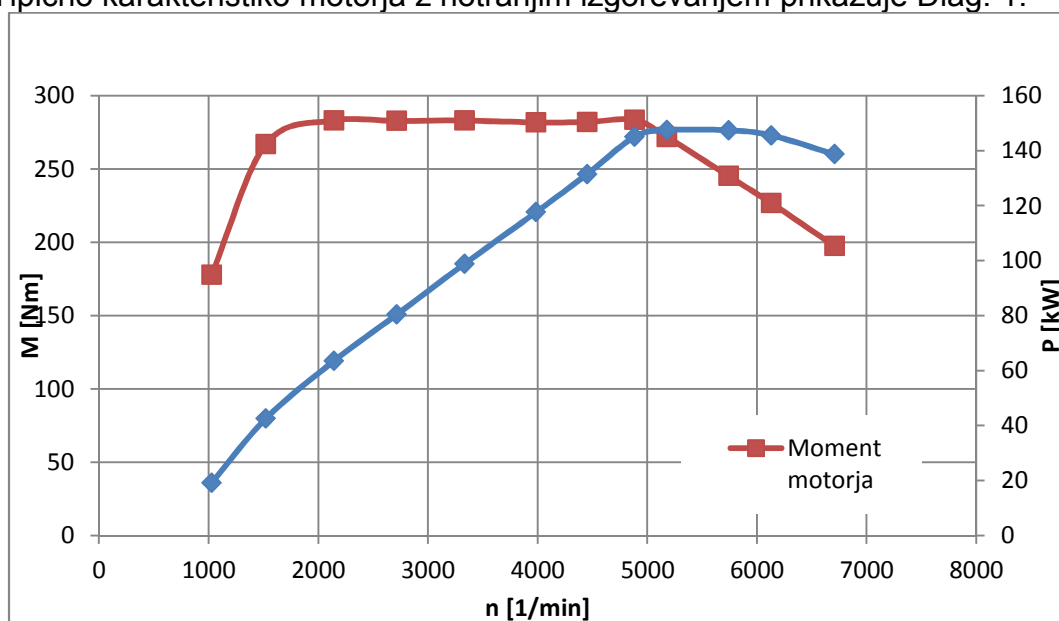


V vozilih so se kot pogonski stroji večinoma uveljavili motorji z notranjim izgorevanjem, zadnje čase pa se vse pogosteje pojavljajo tudi elektromotorji. Nadaljnja obravnava vozil v okviru vaje bo osredotočena na vozila z motorji z notranjim izgorevanjem (MNZ).

Motor kot pogonski stroj v vozilu mora čim bolj izpolniti določene zahteve:

- izstopna gred motorja mora imeti spremenljivo število vrtljajev
- pri vsakem številu vrtljajev izstopne gredi naj bi imel enako (maksimalno) izstopno moč.

Današnji motorji z notranjim izgorevanjem prvo zahtevo delno izpolnjujejo, druge pa ne. Tipično karakteristiko motorja z notranjim izgorevanjem prikazuje Diag. 1.



Diag. 1: Zunanja karakteristika motorja z notranjim izgorevanjem

Od motorjev z notranjim izgorevanjem se zahteva, da imajo glavno uporabno območje s čim večjim razponom števila vrtljajev motorne gredi. Najsodobnejši motorji to zahtevo izpolnjujejo s pomočjo sodobnih tehničnih rešitev, kot so računalniško krmiljen vbrizg goriva, spreminjanje časov odpiranja in zapiranja ventilov, spreminjanje dolžin sesalnih cevi, itd.

Moment motorja je možno izraziti v odvisnosti od moči motorja in števila vrtljajev motorja, kar podaja izraz (1) [1].

$$M_M = \frac{P_M}{\omega_M} \quad [\text{Nm}] \quad \text{ali} \quad M_M = \frac{30 \cdot P_M}{\pi \cdot n_M} \quad [\text{Nm}] \quad (1)$$

kjer je:

- $P_M$  [W] moč motorja
- $M_M$  [Nm] navor motorja
- $n_M$  [ $\text{min}^{-1}$ ] vrtilna hitrost motorne gredi
- $\omega_M$  [rad/s] kotna hitrost motorne gredi



## 2.3 Zobniško gonilo

Pri vožnji je zaželeno imeti na kolesu ves čas čim večjo moč, ker imamo tako najboljše pospeške. Kot je bilo že opisano, današnji motorji tega ne omogočajo, vsaj ne v dovolj velikem območju hitrosti ( $0 - v_{max}$ ). Zahtevo po konstantni moči na pogonskih kolesih lahko izpolni uporaba brezstopenjskega gonila, v praksi pa se večinoma uporablja zobniško stopenjsko gonilo (menjalnik), ki predstavlja zadovoljivo rešitev. Običajno uporabljena stopenjska zobniška gonila imajo na voljo pet ali več prestav za vožnjo naprej in eno prestavo za vzvratno vožnjo. V nižjih prestavah deluje to gonilo kot reduktor, v višjih (od 4 naprej) pa pogosto kot multiplikator s prestavo  $i_i$ .

## 2.4 Kotno gonilo

Pri vožnji skozi ovinek je, zaradi različnih radijev trajektorije, število vrtljajev notranjega pogonskega kolesa manjše od števila vrtljajev zunanega kolesa, zato kolesa med seboj ne smejo biti togo povezana. Moment se zato iz stopenjskega zobniškega gonila prenaša na kolesa preko kotnega gonila, ki omogoča različne vrtljaje zunanega in notranjega kolesa. Kotno gonilo služi tudi kot reduktor s prestavo  $i_{kg}$ .

## 2.5 Kolesa

Kolesa služijo prenašanju sil z vozila na cestišče. Kolo je sestavljeno iz platišča in pnevmatike. Za določitev dinamike vozila je pomembno, kolikšen je dinamičen in statičen polmer ( $r_d$ ,  $r_{st}$ ) pnevmatike ter kolikšen je koeficient trenja med pnevmatiko in cestiščem.

Kadar podatek o velikosti dinamičnega polmera koles ni poznan (kar je v večini primerov dejstvo) si lahko pomagamo z izrazom (2), ki ga približno izračunana iz dimenzij kolesa (pnevmatike).

$$r_{st} \approx r_d = \frac{D[^{\circ}]\cdot 25,4[mm/^{\circ}]}{2} + \frac{b[mm]\cdot x[\%]}{100[\%]} \quad (2)$$

kjer je:

- $r_{st}$  [mm] ... statični polmer kolesa
- $r_d$  [mm] ... dinamični polmer kolesa
- $D$  [°] ..... premer platišča
- $b$  [mm] ... širina pnevmatike
- $x$  [%] ..... presek pnevmatike

## 2.6 Dinamične razmere med vožnjo

### 2.6.1 Kinematika vozila

Motor kot pogonski stroj v vozilu deluje samo v določenem območju vrtljajev motorne gredi ( $n_{min}-n_{max}$ ), zato potrebujemo v prejšnjem razdelku opisane naprave. Hitrost vozila je zato odvisna od vrtljajev motorja in izbranega prestavnega razmerja v menjalniku. Hitrost vozila se določa z izrazom (3), vrtilna hitrost koles pa z izrazom (4).



$$v = \frac{n_k \cdot \pi \cdot r_d}{30} \quad (3)$$

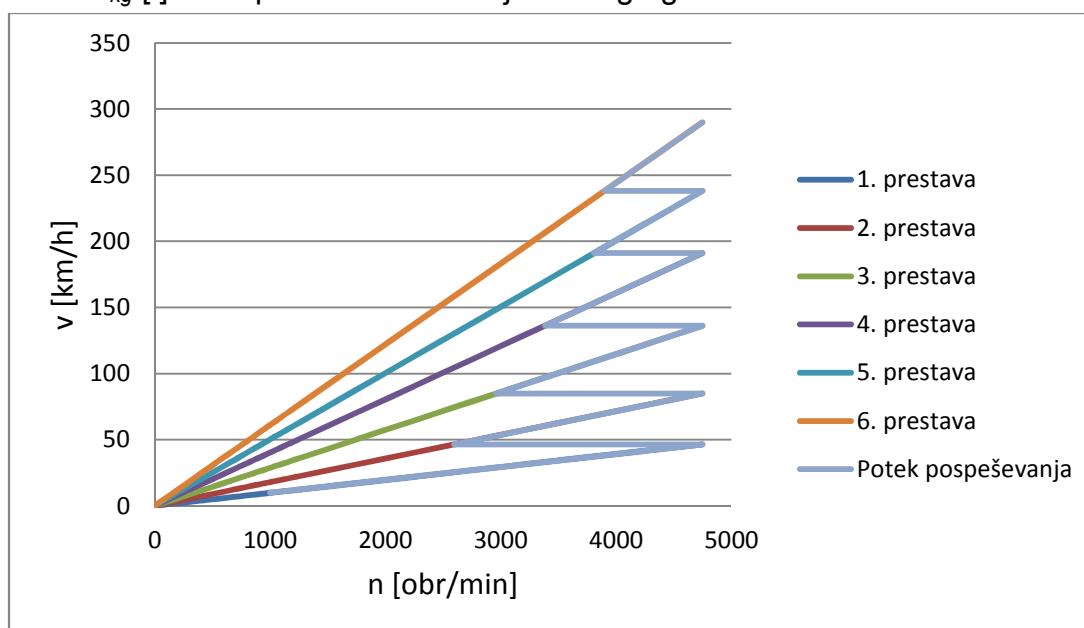
kjer je:

- $v$  [m/s].... hitrost vozila
- $n_k$  [ $\text{min}^{-1}$ ] . vrtilna hitrost koles

$$n_k = \frac{n_m}{i_i \cdot i_{kg}} \quad (4)$$

kjer je:

- $i_i$  [/] ..... trenutno prestavno razmerje v stopenjskem zobniškem gonilu
- $i_{kg}$  [/] ..... prestavno razmerje kotnega gonila



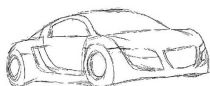
Diag. 2: Žagasti diagram hitrosti vozila

Diag. 2 prikazuje hitrost vozila v odvisnosti od prestave in števila vrtljajev motorne gredi. Krivulja "Potek pospeševanja" prikazuje potek pospeševanja, kjer predstavljamo pri maksimalnem številu vrtljajev motorja, kar omogoča najhitrejšo pospeševanje vozila. Pri pravilno izračunanih prestavnih razmerjih menjalnika smo pri pospeševanju ves čas znotraj območja, ki ga določata število vrtljajev maksimalnega vrtilnega momenta in maksimalne moči motorja.

### 2.6.2 Vozni upori

Vsako gibanje po zemeljski površini je zaradi različnih uporov vezano na izgubo energije. Pri premočrtnem gibanju vozila se pojavijo naslednji vozni upori:

- $R_f$  [N]..... kotalni upor,
- $R_s$  [N]..... upor strmine,
- $R_z$  [N]..... zračni upor,
- $R_i$  [N]..... upor vztrajnostnih mas in
- $R_p$  [N]..... upor priklopnika.



### 2.6.2.1 Kotalni upor $R_f$

Kotalni upor deluje v dotikališču koles s cestiščem in je posledica izgubljenega dela zaradi deformacije pnevmatik in vozišča. V primeru vožnje po ravni cesti se  $R_f$  računa po enačbi

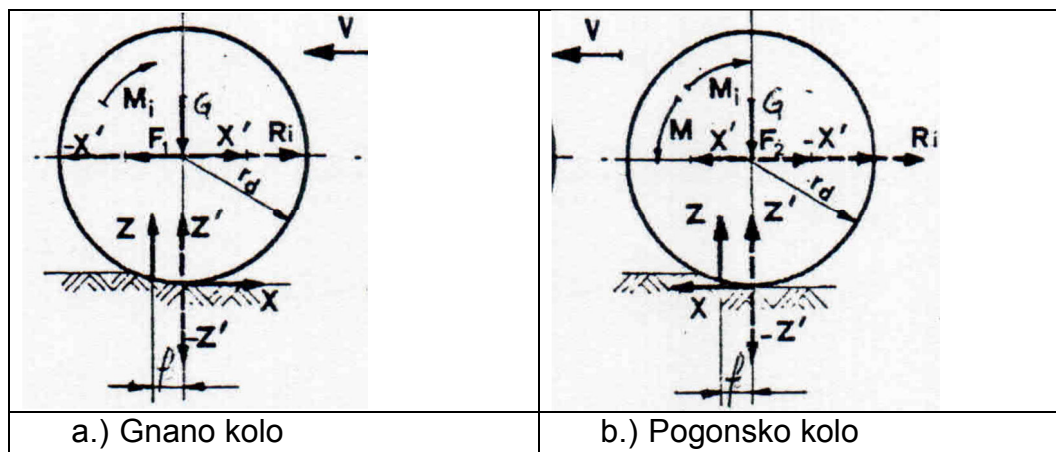
$$R_f = f \cdot \sum Z_i = f \cdot G \tag{5}$$

v primeru vožnje vozila v strmino pa se kotalni upor zmanjša

$$R_f = f \cdot G \cdot \cos(\alpha) \tag{6}$$

kjer je:

- $G$  [N]..... teža vozila
- $f$  [/] ..... koeficient kotalnega upora
- $\alpha$  [°]..... kot vzpona

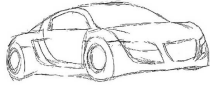


Slika 3: Kotalni upor na gnanem in pogonskem kolesu

Tab. 4: Okvirne vrednosti faktorja kotalnega upora  $f$

Vrsta vozišča	$f$
asfaltna, gladka	0,010
betonska, gladka	0,010
betonska, hrapava	0,014
kočke, zelo dobre	0,015
kočke, dobre	0,020
kočke, slabše	0,033
makadam, slab	0,035
poljska pot, dobra	0,045
poljska pot, srednja	0,080
poljska pot, slaba	0,160
pesek, mehak, suh	0,150 – 0,300

Drugi vzrok za nastanek kotalnega upora so tangencialni pomiki v naležni ploskvi pnevmatike, ki povzročajo podrsavanje. Ti tangencialni pomiki so odvisni od izvedbe



tekalne površine, ki je lahko krožna ali valjasta. Pri valjasti obliki praktično ni tangencialnih pomikov, zato je tu kotalni upor manjši. Koeficient kotalnega upora ugotavljamo s poskusi in je funkcija:

$$f = f(Q_{tp}, p_p, Q_c, v) \quad (7)$$

kjer je:

- $Q_{tp}$  ..... [I] kvaliteta tekalne površine pnevmatike
- $Q_c$  [I] ..... kvaliteta cestišča
- $p_p$  [Pa] ..... tlak v pnevmatiki
- $v$  [m/s] .... hitrost vozila

Za izračun predpostavimo, da se kotalni upor s hitrostjo ne spreminja. Kotalni upor vozila pri vožnji naravnost sestavljajo:

- osnovni kotalni upor koles,
- upor stekanja koles in
- upor zaradi vožnje po neravni cesti.

Delež upora zaradi stekanja in neravnosti cestišča je majhen in ga navadno lahko zanemarimo.

### 2.6.2.2 Zračni upor $R_z$

Zračni upor sestavljajo naslednje komponente:

- tlačni upor, ki je rezultanta vseh normalnih tlačnih sil, delujočih na površino vozila, ali upor oblike,
- upor trenja, ki je rezultanta vseh tangencialnih sil, delujočih na površino vozila, ali upor površine,
- upori, ki se pojavljajo kot posledica neobhodnih delov vozila (ključavnice, ogledala,...), ki kakorkoli odstopajo od osnovnega profila vozila in
- upori, ki nastanejo zaradi pretakanja zraka skozi hladilnik motorja in skozi notranjost vozila.

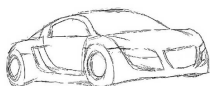
$R_z$  v primeru, ko je absolutna hitrost zraka  $w = 0$  je

$$R_z = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot c \cdot v^2 \quad (8)$$

kjer je:

- $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] .....gostota zraka
- $c$  [I] .....koeficient zračnega upora, ki združuje vse zgoraj navedene vplive ( $c = c_1 + c_2 + c_3 + c_4$ )
- $A$  [m<sup>2</sup>] .....površina, ki jo dobimo kot projekcija vozila na ravnino pravokotno na smer gibanja; to je tako imenovana čelna površina
- $v$  [m/s] .....hitrost vozila
- $w$  [m/s] .....absolutna hitrost zraka

V primeru, ko je absolutna hitrost zraka različna od 0, je  $v$  relativna hitrost vozila glede na hitrost vetra  $w$  ( $v = v \pm w$ ).



Površino preseka vozila  $A$  določamo po enačbi:

- Za osebna vozila

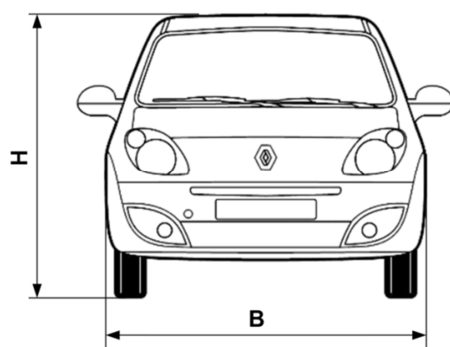
$$A \approx 0.9 \cdot B \cdot H \quad (9)$$

- Za tovorna vozila

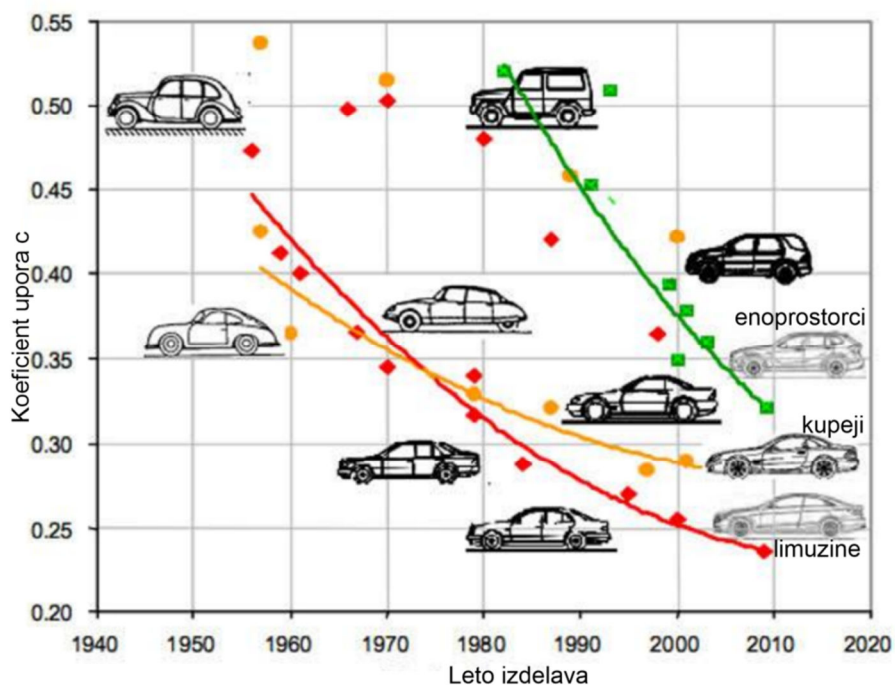
$$A \approx 0.78 \cdot B \cdot H \quad (10)$$

kjer je:

- $B$  [m] ..... največja širina vozila
- $H$  [m] ..... največja višina vozila



Slika 4: Projekcija vozila



Slika 5: Koeficienti zračnega upora



### 2.6.2.3 Upor strmine $R_s$

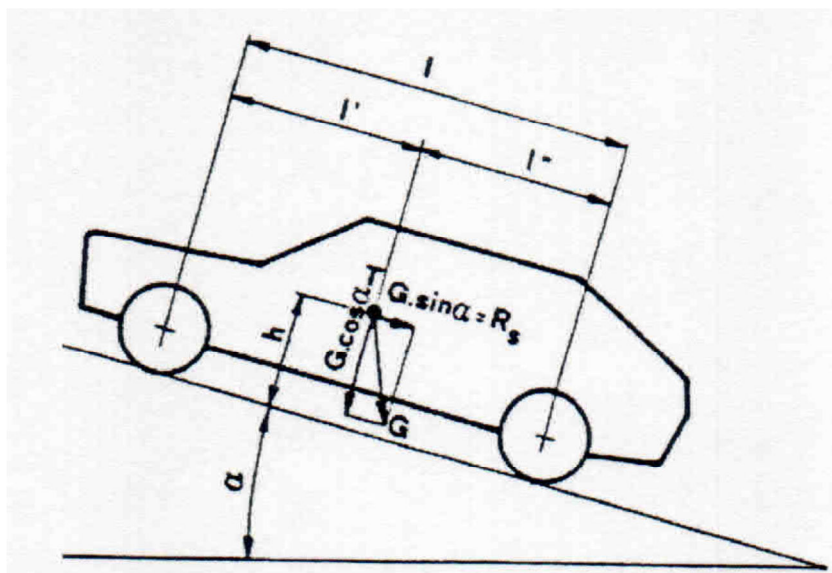
Komponento teže paralelno s strmino  $R_s$  imenujemo upor strmine ali vzponski upor. Iz paralelograma sil je razvidno, da je

$$R_s = \pm G \cdot \sin(\alpha) \quad (11)$$

Običajno podajamo vzpon  $\alpha$  v %. To ustreza tangensu kota med strmino in vodoravno ravnino

$$\tan \alpha = \frac{\alpha\%}{100} \quad (12)$$

Upor strmine je lahko pozitivno ali negativno predznačen, odvisno od smeri vožnje. Pri vožnji navzgor upor strmine vozilo zavira ( $R_s < 0$ ), pri vožnji navzdol pa pospešuje ( $R_s > 0$ ).



Slika 6: Upor strmine

Pri projektiranju vozil upoštevamo največji cestni vzpon v Evropi, ki znaša 26%. Pri vozilih namenjenih specialni rabi, pa je potrebno največji vzpon dodatno definirati.

### 2.6.2.4 Upor vztrajnostnih mas $R_i$

Pri premočrtnem pospešenem gibanju se porabi del moči za pospeševanje translatorskih mas  $R_i'$ , drugi del pa za pospeševanje rotacijskih mas vozila  $R_i''$  [2].

$$R_i = R_i' + R_i'' \quad (13)$$

$$R_i' = \frac{G}{g} \cdot a \quad ; \quad R_i'' = \left( J_m \cdot \frac{i_m^2 \cdot i_{kg}^2}{r_d^2} \cdot \eta + z \cdot \frac{J_k}{r_d^2} \right) \cdot a \quad (14)$$

Celotni upor vztrajnostnih mas je torej [2]

$$R_i = \frac{G}{g} a \left( 1 + J_m \frac{i_m^2 i_{kg}^2}{r_d^2 m} \eta + z \frac{J_k}{r_d^2 m} \right) \quad (15)$$



$$R_i = R'_i \cdot \delta = \frac{G}{g} \cdot a \cdot \delta \quad (16)$$

kjer je:

- $\delta$  [l] ..... faktor rotacijskih mas

Faktorja rotacijskih mas  $\delta$  zaradi nepoznavanja vztrajnostnih momentov ne moremo izračunati, lahko pa ga približno ocenimo z izrazom (17) [2].

$$\delta = 1.03 + k \cdot i_m^2 \quad (17)$$

kjer je:

- $k = 0.04$  (osebna vozila)  $\div$   $0.07$  (tovarna vozila)
- $i_m$  prestava v menjalniku

Faktor rotacijskih mas lahko določimo tudi po drugi izkustveni enačbi (izraz (18)) [2].

$$\delta = 1 + k_1 + k_2 \cdot i_i^2 \quad (18)$$

kjer je:

- $k_1$  [l] ..... faktor rotacijskih vztrajnostnih mas koles
- $k_2$  [l] ..... faktor rotacijskih vztrajnostnih mas motorja

$$k_1 = \frac{z_k \cdot I_k \cdot g}{r_{st} \cdot r_d} \quad (19)$$

kjer je:

- $z_k$  [l] ..... število koles
- $I_k$  [kgmm<sup>2</sup>] masni vztrajnostni moment kolesa
- $r_{st}$  [mm] ... statični polmer kolesa
- $r_d$  [mm] ... dinamični polmer kolesa

$$k_2 = \frac{I_m \cdot i_{kg}^2 \cdot g}{\eta_t \cdot r_{st} \cdot r_d} \quad (20)$$

kjer je:

- $I_m$  [kgmm<sup>2</sup>] povprečen masni vztrajnostni moment gibajočih se delov motorja
- $\eta_t$  [l] ..... izkoristek transmisije

Velikost faktorjev  $k_1$  in  $k_2$  se da približno določiti tudi iz izkušenj:

$$k_1 \approx 0,076$$

$$k_2 \approx 0,007.$$





### 2.6.3 Vlečna sila na kolesu

Vrtilni moment, ki je pri določeni vrtilni hitrosti motorja na voljo na motorni gredi, se prenaša preko transmisije na kolesa. Velikost vrtilnega momenta na kolesih se izračuna z izrazom (21) Za premagovanje sil voznih uporov je na kolesu potrebna sila, ki jo izračunamo z izrazom (22) [2].

$$M_{K,i}(v) = M_M(n_m(v)) \cdot i_i \cdot i_{kg} \cdot \eta_i \cdot \eta_{kg} \cdot \eta_o = M_M \left( i_i i_{kg} \frac{30v}{\pi r_d} \right) \cdot i_i \cdot i_{kg} \cdot \eta_i \cdot \eta_{kg} \cdot \eta_o \quad (21)$$

kjer je:

- $M_{K,i}(v)$ ..... [Nm] vrtilni moment na kolesu v i-ti prestavi
- $M_M(v)$ ..... [Nm] vrtilni moment motorja
- $\eta_i$  [l]..... izkoristek menjalnika v i-ti prestavi
- $\eta_{kg}$ ..... [l] izkoristek kotnega gonila
- $\eta_o$  [l]..... izkoristek ostalih prenosov

$$F_{K,i}(v) = \frac{M_{K,i}(v)}{r_d} \quad (22)$$

kjer je:

- $F_{K,i}(v)$ ..... [N] vlečna sila na kolesu v i-ti prestavi

V primeru, da bi imeli idealen motor (pri vseh vrtilnih hitrostih enako - maksimalno moč) ali pa brezstopenjski menjalnik, ter idealno transmisijo z izkoristkom 1, bi imeli na kolesu idealno vlečno silo, ki se izračuna z izrazom (23).

$$F_{id}(v) = \frac{P_{konst(max)}}{v} \quad (23)$$

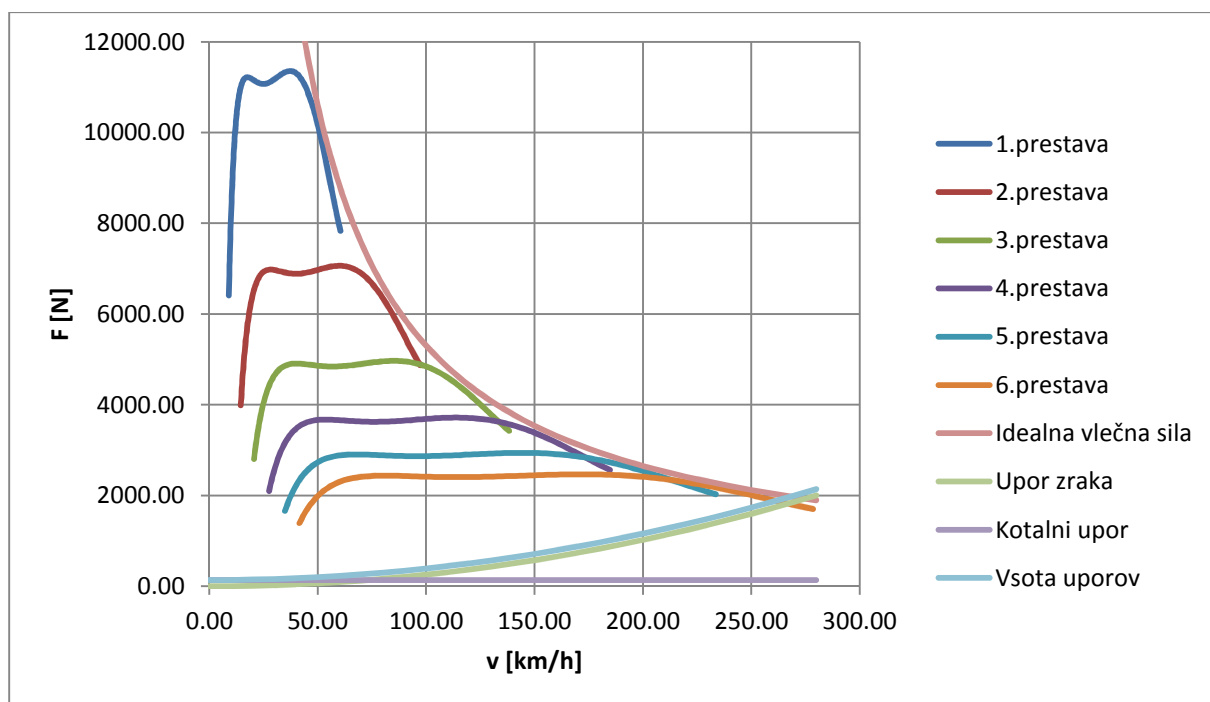
kjer je:

- $F_{id}(v)$ ..... [N] idealna sila na kolesu
- $P_{konst}$ ..... [W] idealna konstantna moč motorja

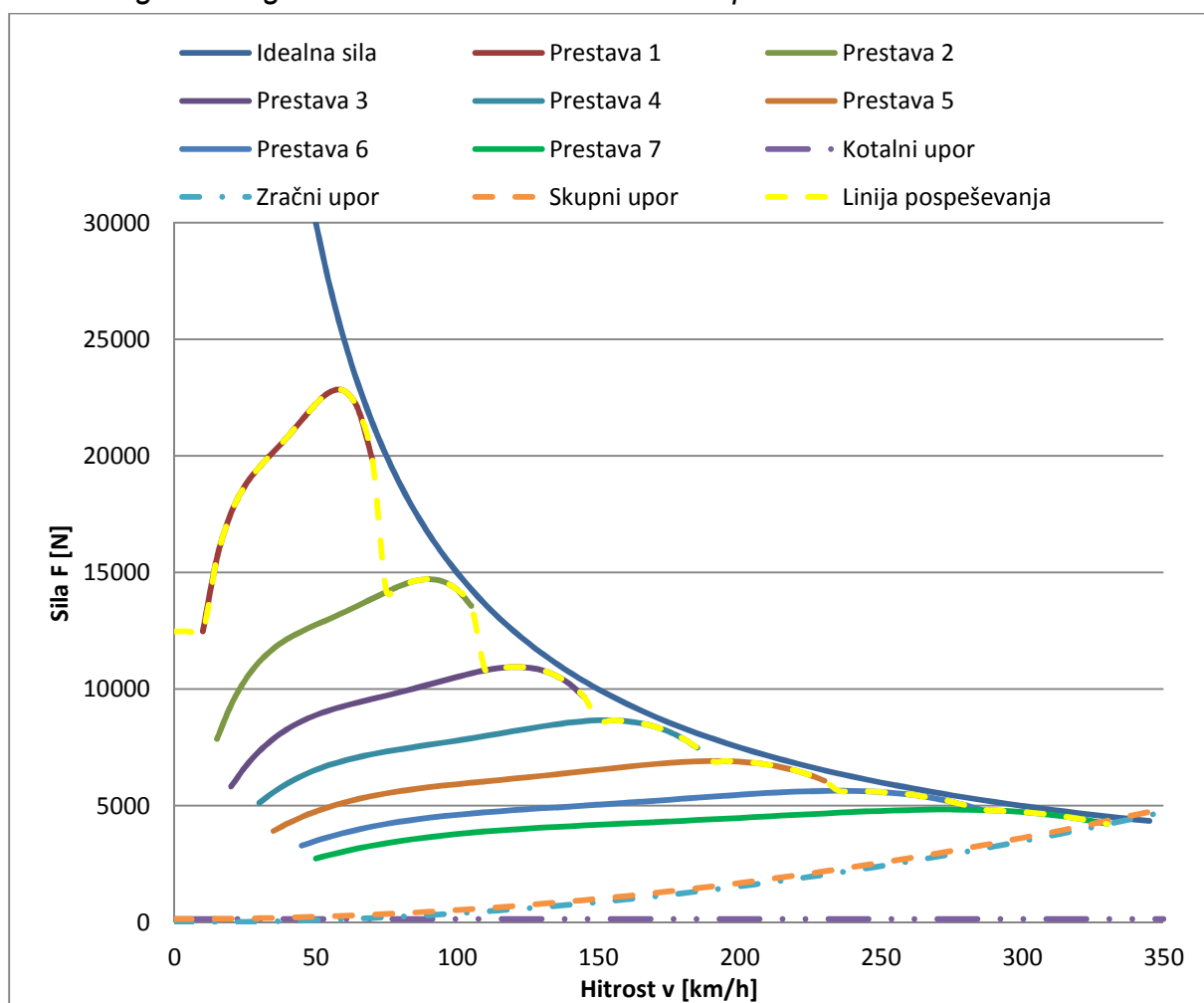
Pogonski sili na kolesih  $F_K$  nasprotujejo sile upora

$$F_K = \sum R = R_f + R_z + R_s + R_i \quad (24)$$

Enačba se imenuje gibalna enačba, oziroma bilanca sil. S pomočjo te enačbe lahko izračunamo, kolikšna mora biti skupna vlečna sila  $F_K$ , ki je potrebna za premagovanje uporov, oziroma kolikšen delež vlečne sile pripada določeni sili upora. To enačbo uporabljamo pri ocenjevanju voznih karakteristik vozila.



Diag. 3: Diagram sil na kolesu ter sil voznih uporov za vozilo VW Golf GTI



Diag. 4: Diagram sil na kolesu ter sil voznih uporov za vozilo Mercedes SLS



Diag. 3 in Diag. 4 prikazujeta velikosti posameznih sil v odvisnosti od hitrosti vozila. Iz diagrama se lahko določi maksimalna hitrost, ki jo vozilo lahko doseže. Maksimalna hitrost je pri tisti hitrosti, kjer se sekata krivulji skupnih vozni uporov  $R_{cel}$  in tista krivulja vlečne sile, ki jo krivulja skupnih vozni uporov preseka najbolj desno (pri največji hitrosti)  $F_{(vmax)}$ .

## 2.6.4 Dinamični vozni faktor

Pri določeni hitrosti vožnje je na kolesu določena vlečna sila, nasprotuje pa določena sila vozni uporov. Razlika vlečne sile in sile vozni uporov nam predstavlja rezervo sile  $F_{rez.}$ , ki jo lahko izkoristimo za pospeševanje. Za lažjo primerjavo med različnimi vozili se po enačbi (26) [2] izračuna dinamični vozni faktor ( $D$ ), ki upošteva silo na kolesu in silo zračnega upora. Dinamični vozni faktor je v bistvu rezerva vlečne sile na kolesu reducirana s silo teže vozila.

$$F_{rez,i}(v) = F_{K,i}(v) - R_{cel}(v) \quad (25)$$

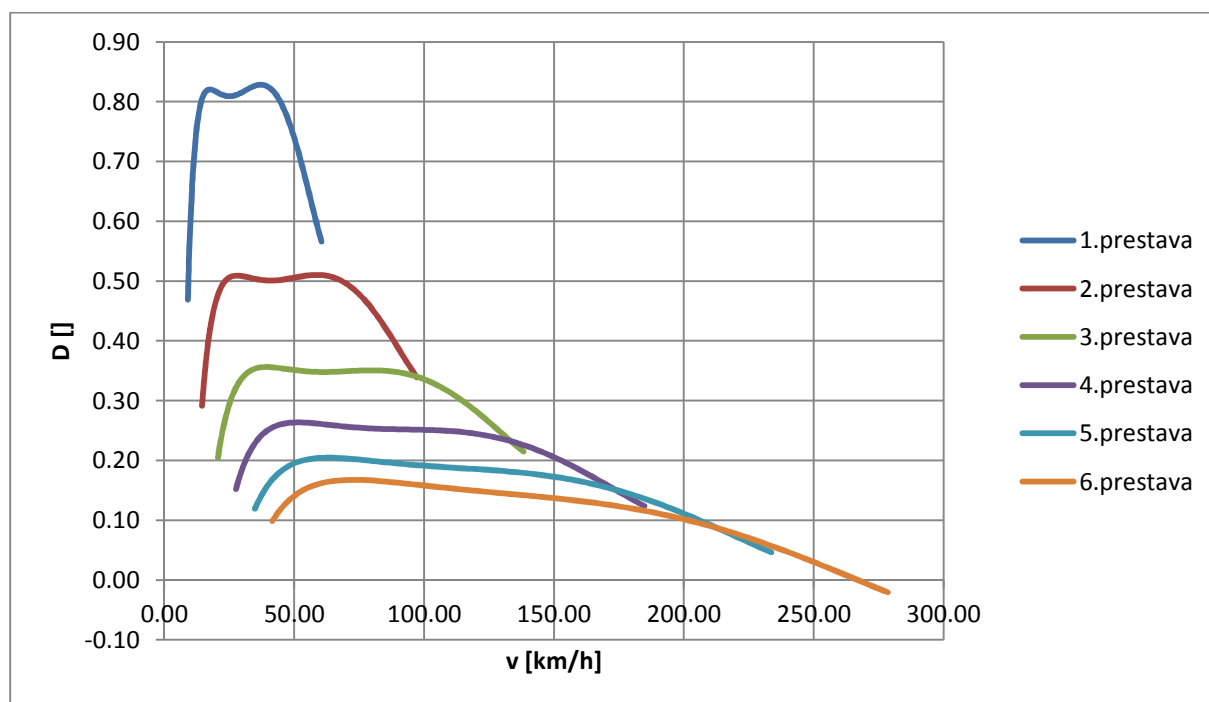
kjer je:

- $F_{rez,i}(v)$  ..... rezerva vlečne sile na kolesu v i-ti prestavi

$$D_i(v) = \frac{F_{K,i}(v) - R_z(v)}{G} = \frac{R_f + R_j + R_i}{G} \quad (26)$$

kjer je:

- $D_i(v)$  ..... [l] dinamični vozni faktor
- $G$  ..... [N] sila teže vozila



Diag. 5: Diagram dinamičnih vozni faktorjev



Diag. 5 prikazuje velikost dinamičnega voznega faktorja v odvisnosti od hitrosti vozila (podatki: vozilo VW Golf GTI).

### 2.6.5 Mejne strmine

Razmeroma velik upor pri vožnji predstavlja tudi sila, ki je potrebna za premagovanje strmine (sila upora strmine). Moč za premagovanje te sile, najbolj izrazito pri večjih hitrostih, zelo naraste in postane glavna omejitev največje hitrosti.

Maksimalen vzpon, ki ga vozilo zmore pri določeni hitrosti, izpeljemo iz enakosti (27) [2].

$$D(v) = f \cos(\alpha(v)) + \sin(\alpha(v)) = f \sqrt{1 - \sin^2(\alpha(v))} + \sin(\alpha(v)) \quad (27)$$

Pri premagovanju strmine je hitrost konstantna. S kvadriranjem enačbe dobimo

$$(1 + f^2) \sin^2(\alpha(v)) - 2D(v) \sin(\alpha(v)) + (D^2(v) - f^2) = 0 \quad (28)$$

Odtod sledi

$$\sin(\alpha(v)) = \frac{D(v) - f \sqrt{1 + f^2 - D^2(v)}}{1 + f^2} \Rightarrow \quad (29)$$

$$\alpha_i(v) = \arcsin \left( \frac{D_i(v) - f \sqrt{1 - D_i^2(v) + f^2}}{1 + f^2} \right) \quad (30)$$

Izpolnjen mora biti pogoj  $1 > D(v) > f$ , če naj bo koren realno število.

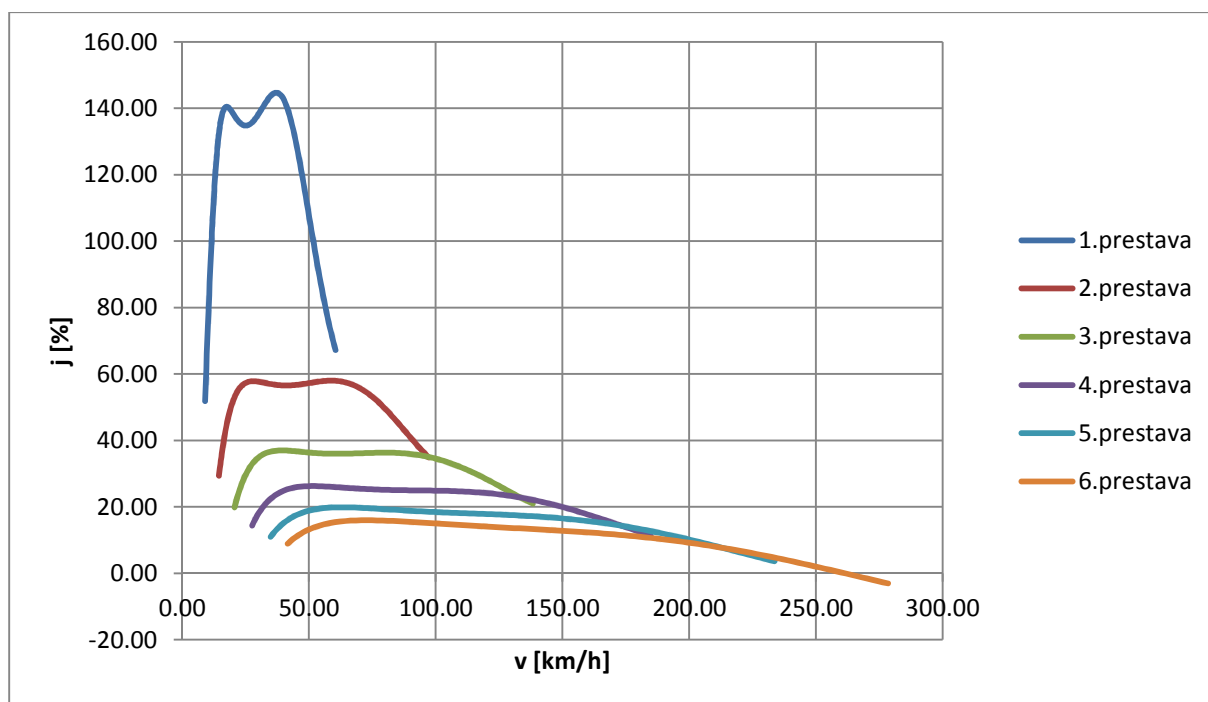
Mejna strmina predstavlja naklon strmine, ki ga vozilo pri določeni hitrosti še lahko premaga s konstantno določeno hitrostjo.

- $\alpha_i(v) \dots \dots \dots [^\circ]$  mejna strmina

Velikost strmine se v praksi podaja v procentih ( $j = [\%]$ ) in ne v stopinjah ( $\alpha = [^\circ]$ ). Matematično povezavo med obema načinoma podajanja strmine podaja izraz (31).

$$j = \tan(\alpha[^\circ]) 100[\%] \quad (31)$$

- $j \dots \dots \dots [\%]$  velikost klanca



Diag. 6: Diagram mejnih klancev

Diag. 6 prikazuje kolikšni so mejni klanci v odvisnosti od hitrosti vozila v posameznih prestavah (podatki: vozilo VW Golf GTI). V tem diagramu se vidi, da bi vozilo lahko v prvi prestavi premagalo klanec 140 %. To pomeni da ima vozilo dovolj močan motor, vendar pa bi v praksi takšnega klanca ni mogoče zvoziti, ker bi kolesa prej zdrsnila ali pa bi se vozilo prekucnilo preko zadnjih koles.

### 2.6.6 Razpoložljiva moč na kolesih ter rezerva moči na kolesih (Bilanca moči)

Namesto ravnotežja sil lahko izvedemo ravnotežje dovedenih moči na pogonska kolesa  $P_K$ .

$$P_K = P_M \cdot \eta = P_f + P_s + P_z + P_i \quad (32)$$

Dovedena moč pogonskim kolesom je v vsakem trenutku enaka skupni potrebni moči za premagovanje voznih uporov. Ta izraz imenujemo **bilanca moči**. Bilanca moči je zelo primerna za reševanje problemov ekonomičnosti porabe goriva kot tudi za analizo posameznih parametrov sistema motor-vozilo. Povezave med močmi in silami

$$\begin{aligned} P_f &= R_f \cdot v \quad [\text{W}] & ; & \quad P_s = R_s \cdot v \quad [\text{W}] \\ P_z &= R_z \cdot v \quad [\text{W}] & ; & \quad P_i = R_i \cdot v \quad [\text{W}] \end{aligned} \quad (33)$$

Krivulje 1-5 v Diag. 7 predstavljajo moč na kolesu v določeni prestavi, debelejša krivulja pa predstavlja vsoto moči uporov pri določeni hitrosti. Presečišče te krivulje s krivuljami moči na kolesu določa maksimalno hitrost vozila.



V primeru numeričnega izračuna karakteristik je najbolje, da bilanco moči izračunavamo z naslednjimi izrazi:

$$P_{i,(cel)}(v) = \frac{F_{i,(R_{cel})}(v)v}{3,6} \quad (34)$$

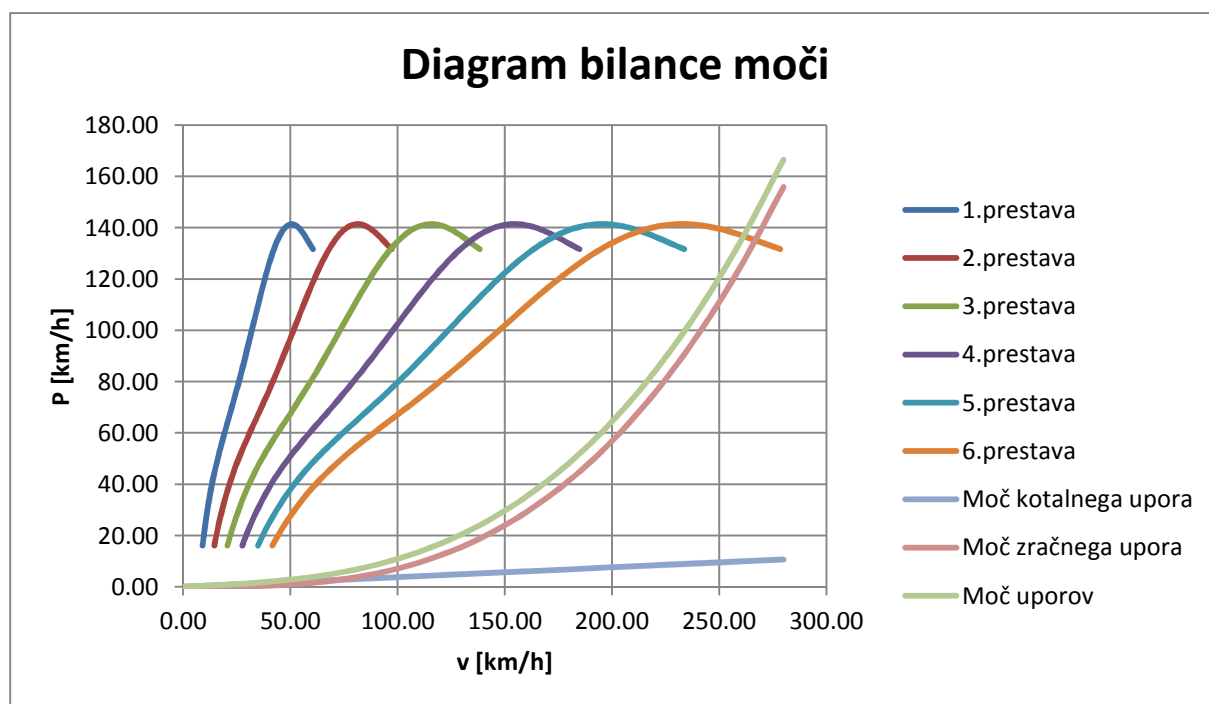
kjer je:

- $P_{i,(cel)}(v)$  .... [kW] moč v odvisnosti od hitrosti vozila v i-ti prestavi
- $F_{i,(R_{cel})}(v)$  . [N] sila v odvisnosti od hitrosti v i-ti prestavi

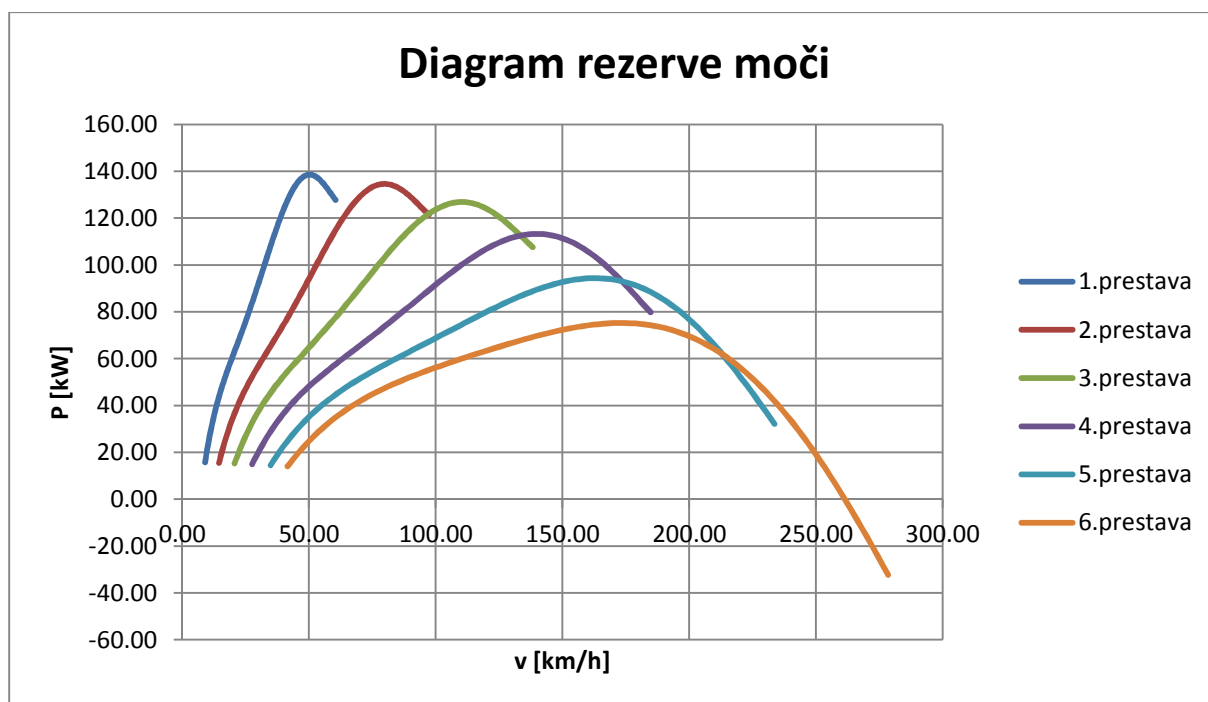
Razlika med močjo na kolesih in skupno močjo uporov  $\Delta P$  oziroma  $P_{rez}$  predstavlja rezervo moči, ki jo lahko izkoristimo za pospeševanje vozila (glej Diag. 7).

$$P_{rez} = P_{i,(cel)} - P_{R_{cel}} \quad (35)$$

- $P_{rez}$  ..... [N] rezerva moči
- $P_{R_{cel}}$  ..... [N] celotna moč uporov



Diag. 7: Diagram moči (podatki: vozilo VW Golf GTI)



Diag. 8: Diagram rezerve moči (podatki: vozilo VW Golf GTI)

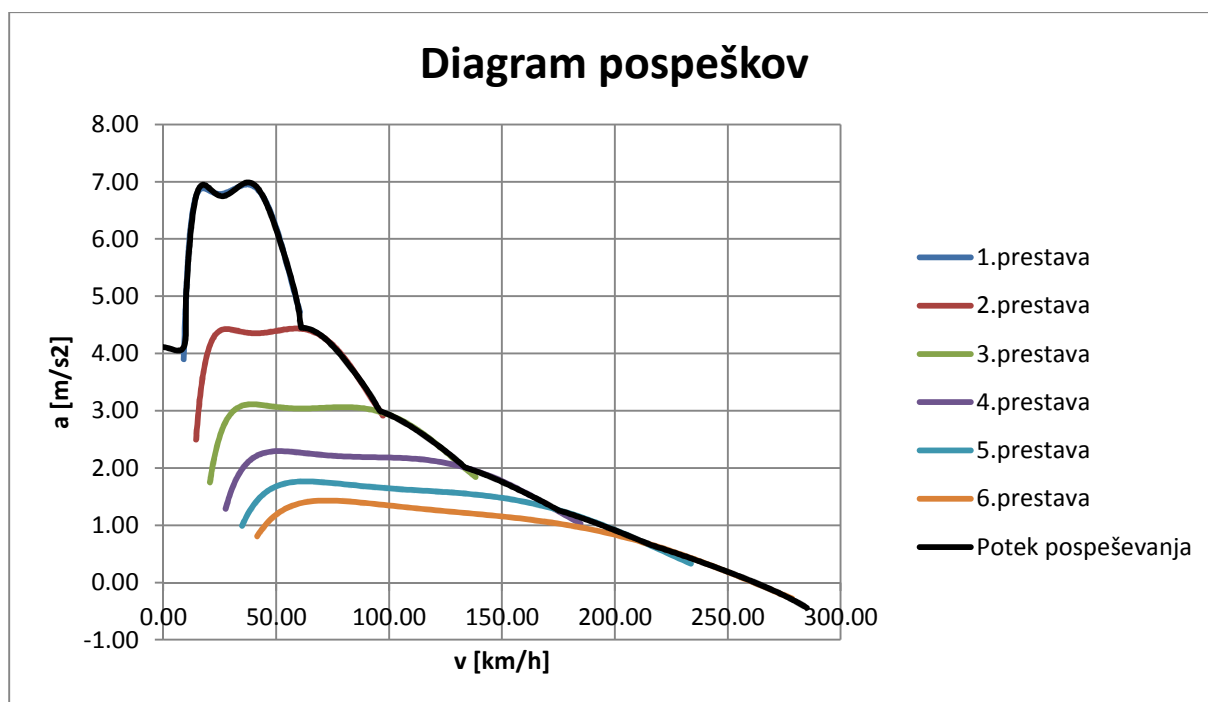
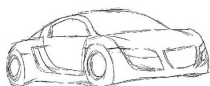
### 2.6.7 Pospešek vozila

Najbolj pomemben rezultat preračuna dinamike vozila je pospešek vozila, za katerega si pri vsakem vozilu želimo, da je čim večji. Pospešek se na podlagi že izračunanih vrednosti izračuna z izrazom (36) [2].

$$a_i(v) = (D_i(v) - f) \frac{g}{\delta} \quad (36)$$

kjer je:

- $a_i(v)$  [m/s<sup>2</sup>] pospešek vozila
- $g$  [m/s<sup>2</sup>] .. gravitacijski pospešek
- $\delta$  [1] ..... faktor rotacijskih vztrajnostnih mas



Diag. 9: Diagram pospeškov

Diag. 9 prikazuje velikosti pospeškov v posameznih prestavah v odvisnosti od hitrosti vozila. Krivulja "Potek pospeševanja" pa prikazuje dejanski potek velikosti pospeškov med pospeševanjem vozila (podatki: vozilo VW Golf GTI).

### 2.6.8 Časi pospeševanja

Pri izračunu časov pospeševanja izhajamo iz izraza (37), od koder dobimo izraz (38) za izračun časa pospeševanja med dvema hitrostma ( $v_1$  in  $v_2$ )

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dv}{a} \quad (37)$$

$$t(v) = \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{a(v)} dv \quad (38)$$

kjer je:

- $t(v)$  ..... [s] čas pospeševanja od hitrosti  $v_1$  do hitrosti  $v_2$
- $v_1$  ..... [m/s] začetna hitrost vozila
- $v_2$  ..... [m/s] končna hitrost vozila

Pri vsakem pospeševanju je potrebno prestavljati iz nižje prestave v višjo za kar tudi potrebujemo določen čas, zato so dejanski časi pospeševanja večji od tako izračunanih časov.





## 2.6.9 Poti pospeševanja

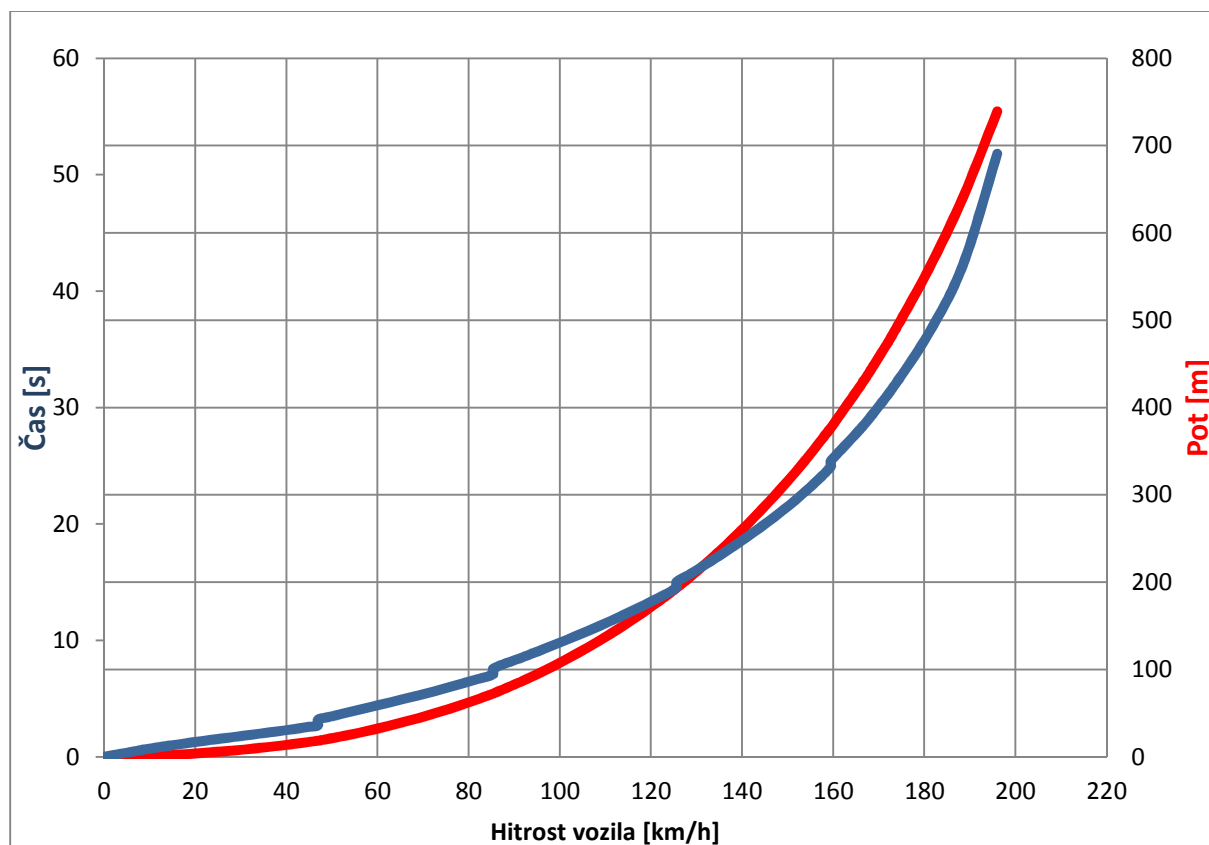
Pri izračunu poti pospeševanja izhajamo iz izraza (39), od koder dobimo izraz (40) za izračun poti pospeševanja med dvema hitrostma ( $v_1$  in  $v_2$ ).

$$v = \frac{dS}{dt} \Rightarrow dS = v dt \quad (39)$$

$$s(v) = \int_{t(v_1)}^{t(v_2)} v(t) dt \quad (40)$$

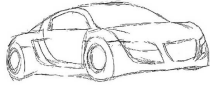
kjer je:

- $s(v)$  ..... [m] pot pospeševanja od hitrosti  $v_1$  do hitrosti  $v_2$
- $t(v_1)$  ..... [s] čas ob začetni hitrosti vozila
- $t(v_2)$  ..... [s] čas ob končni hitrosti vozila



Diag. 10: Diagram časov in poti pospeševanja

Diag. 10 prikazuje čase in poti pospeševanja potrebne za doseg določene hitrosti. V tem diagramu so upoštevani tudi časi potrebni za prestavljanje. Časi prestavljanja so  $t_{pres} = 0,5$  s.



## 2.7 Navodilo za numerično integriranje po Simpsonu

Simpsonovo pravilo

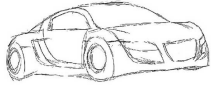
$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} \left( f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right) + R \quad (41)$$

$$h = \frac{b-a}{2} \quad (42)$$

Posplošeno Simpsonovo pravilo

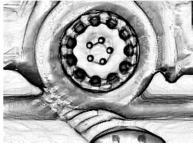
$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} (f_0 + 4f_1 + 2f_2 + \dots + 2f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n) \quad (43)$$

$$h = \frac{b-a}{n} \quad (44)$$



### **3. Uporabljena literatura**

- [1] Kraut, B.: Krautov strojniški priročnik, Tehniška založba Slovenije, Ljubljana, 1993
- [2] Simić, D.: Motorna vozila, Naučna knjiga, Beograd, 1988.

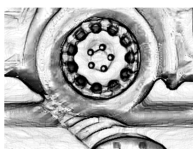


## 2. VAJA

# Vertikalni odziv vozila ob naletu na oviro

Dinamika vozil

**Pripravil:** doc. dr. Simon Oman, univ. dipl. inž.

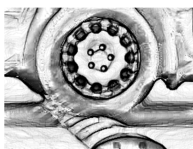


## 4. Definicija naloge

Določite vertikalni odziv dvoosnega vozila za primer ko vozilo z določeno hitrostjo v (v tabeli) zapelje čez neravnino predpisane oblike (v tabeli). Za določitev odziva zgradite polovični model vozila z upoštevanjem mase nadgradnje, togostjo vzmetenja, dušenjem blažilca, maso obese in togostjo stika s podlago. Tehnične podatke za določen tip vozila pridobite sami.

Grupa	Tip vozila	Hitrost	Neravnina
1	Osebni avto	25 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=10\text{cm}$ ; $L=50\text{cm}$
2	Osebni avto	15 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=14\text{cm}$ ; $L=100\text{cm}$
3	Osebni avto	20 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=14\text{cm}$ ; $L=50\text{cm}$
4	Osebni avto	30km/h	Izboklina: polovični sinus $H=8\text{cm}$ ; $L=50\text{cm}$
5	Osebni avto	40 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=10\text{cm}$ ; $L=10\text{cm}$
6	Osebni avto	50 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=14\text{cm}$ ; $L=200\text{cm}$
7	Osebni avto	60 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=10\text{cm}$ ; $L=50\text{cm}$
8	Osebni avto	30 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=14\text{cm}$ ; $L=100\text{cm}$
9	Tovorni avto	40 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=10\text{cm}$ ; $L=50\text{cm}$
10	Tovorni avto	20 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=14\text{cm}$ ; $L=100\text{cm}$
11	Tovorni avto	30 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=14\text{cm}$ ; $L=50\text{cm}$
12	Tovorni avto	40 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=8\text{cm}$ ; $L=50\text{cm}$
13	Tovorni avto	50 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=10\text{cm}$ ; $L=10\text{cm}$
14	Tovorni avto	25 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=14\text{cm}$ ; $L=200\text{cm}$
15	Tovorni avto	35 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=10\text{cm}$ ; $L=50\text{cm}$
16	Osebni avto	70 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=20\text{cm}$ ; $L=200\text{cm}$
17	Osebni avto	70 km/h	Izboklina: polovični sinus $H=15\text{cm}$ ; $L=100\text{cm}$

Za določen tip vozila izrišite poenostavljen dinamični model vozila in zanj izpeljite diferencialne gibalne enačbe za vertikalno smer. Za določitev odziva enačbe rešite numerično z uporabo Eulerjeve metode. Pravilno rešena naloga s korektnim



poročilom bo ocenjena z najvišjo oceno 8. Za višje ocene je potrebno pri modelu upoštevati še dejansko dušenje v blažilcu (krčenje, raztezanje) in upoštevati morebiten poskok vozila preko izbokline (po potrebi simulirajte izboklino, ki povzroči poskok).

Samostojno izdelajte računalniški program, ki mora vključevati tri bistvene elemente: enoto za vnos podatkov, enoto za preračun vertikalnega odziva vozila ter izhodno enoto. Če se želite pisanju programa izogniti, lahko nalogo rešite tudi s katerim od programov, kot npr. z EXCEL-om. Tudi v tem primeru mora preglednica vsebovati vse tri zgoraj omenjene elemente. Program mora biti napisan tako, da omogoča spreminjanje vhodnih podatkov (predvsem oblika ovire in hitrost vozila) in se ob spreminjanju vhodnih podatkov odziv vozila avtomatično spreminja.

Za vozilo izdelajte oziroma izračunajte in v poročilu predstavite naslednje:

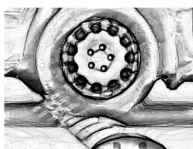
- polovični dinamični model vozila z vsemi oznakami,
- izpeljavo sistema diferencialnih enačb za določitev odziva,
- postopek reševanja diferencialnih enačb z Eulerjevo metodo,
- postopek določevanja vzbujanja modela vozila,
- diagram s prikazom vzbujanja  $x(t)$ ,
- diagram odziva prve in druge obese vozila (na istem diagramu skupaj z vzbujanjem),
- diagram odziva nadgradnje (na istem diagramu pomik, zasuk in vzbujanje)
- skupni diagram odzivov (na istem diagramu odzivi obes in nadgradnje skupaj z vzbujanjem).

Za višjo oceno predstavite še:

- način upoštevanja različnega dušenja v blažilcu pri krčenju oziroma raztezanju,
- postopek za določitev poskoka vozila,
- diagram odzivov obes in nadgradnje z upoštevanjem poskoka vozila.

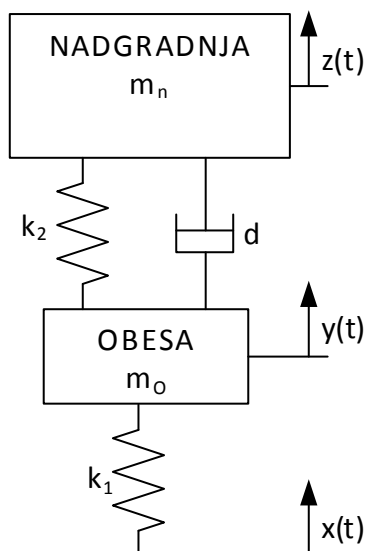
Iz poročila mora biti razviden postopek reševanja z vsemi enačbami, ki ste jih uporabili. Sklicujte se na vire. Skupaj s poročilom je potrebno oddati še:

- elektronski vir s programom. Program oziroma preglednica naj bo uporabniku prijazno napisana.
- za možnost kontrole vašega izdelka pripravite tudi datoteko/tabelo uporabljenih vhodnih podatkov.
- datoteke z rezultati naj bodo zaradi primerjave rezultatov izračunane na osnovi podatkov v tabeli iz priloge.



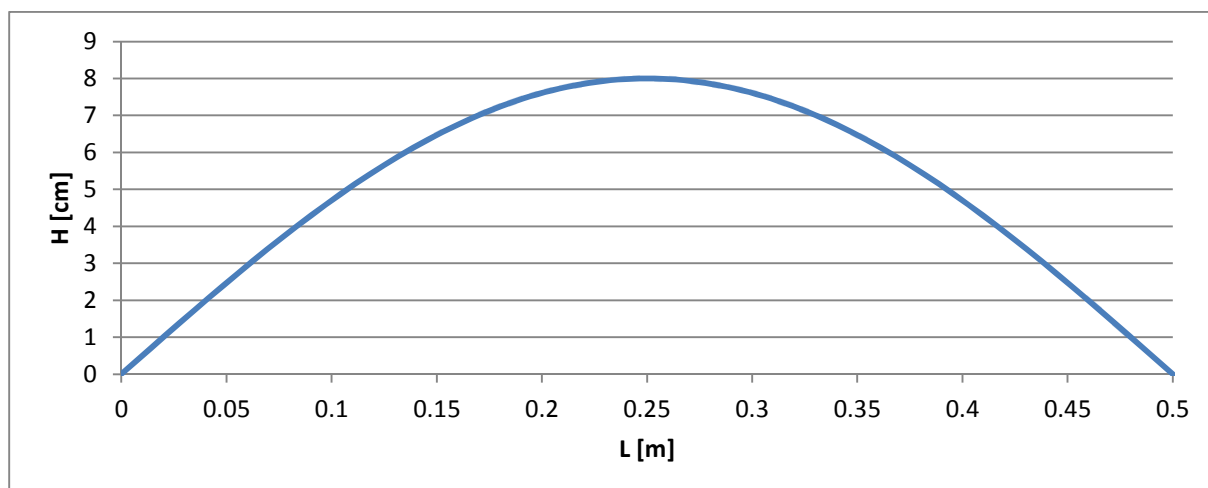
## 5. Primer četrtingskega modela vozila

### 5.1 Fizikalni model



### 5.2 Določitev vzburjanja

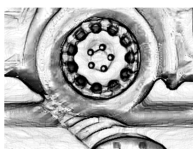
Vzbujanje sistema  $x(t)$  je odvisno od oblike ovire na katero naleti vozilo in od njegove hitrosti. V kolikor je oblika podana kot polovični sinus (Diag. 11) lahko odziv določimo po naslednjem postopku.



Diag. 11: Oblika ovire

$$x(t) = H \cdot \sin(\omega t) \quad (45)$$

Pri čemer  $\omega$  določimo v odvisnosti od dolžine ovire in hitrosti avtomobila. Čas prehoda preko ovire izračunamo z izrazom (46).



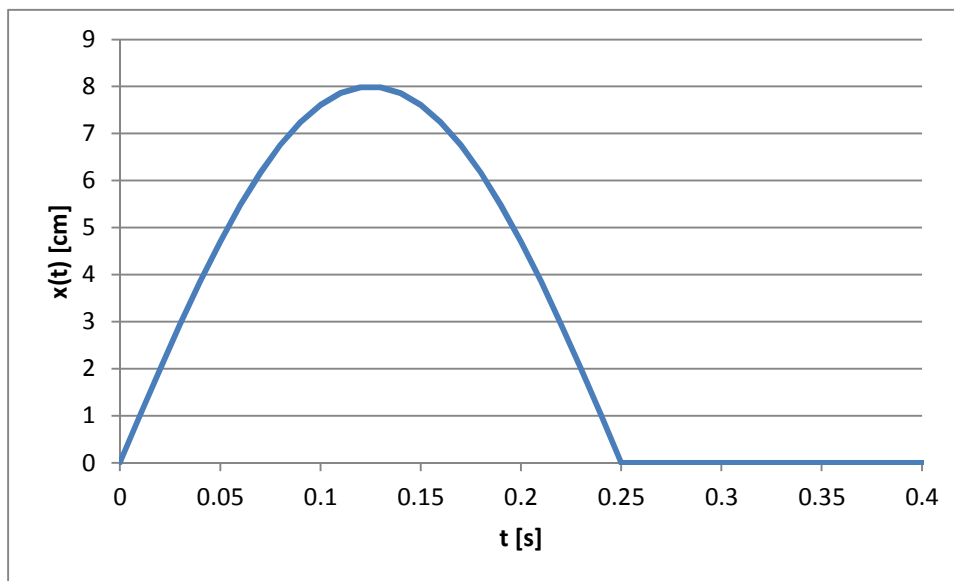
$$t_p = \frac{L}{v} \text{Error! Not a valid bookmark self-reference.} \quad (46)$$

$\omega$  določimo z izrazom (47).

$$\omega = \frac{\pi}{t_p} \quad (47)$$

Izraz (45) tako lahko predelamo v:

$$x(t) = H \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot v}{L} t\right) \quad (48)$$



Diag. 12: Primer diagrama vzbujanja za hitrost 2m/s pri obliki iz Diag. 11

### 5.3 Izpeljava sistema diferencialnih enačb

**Nadgradnja:**

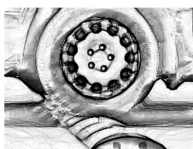
$$\begin{aligned} \sum F_{iz} &= 0 \\ F_{vzmet} + F_{dusilka} &= m_n \cdot a_n \\ k_2 \cdot (y(t) - z(t)) + d \cdot (\dot{y}(t) - \dot{z}(t)) &= m_n \cdot \ddot{z}(t) \end{aligned}$$

**Obesa:**

$$\begin{aligned} \sum F_{iz} &= 0 \\ F_{pnevm} - F_{vzmet} - F_{dusilka} &= m_o \cdot a_o \\ k_1 \cdot (x(t) - y(t)) - k_2 \cdot (y(t) - z(t)) - d \cdot (\dot{y}(t) - \dot{z}(t)) &= m_o \cdot \ddot{y}(t) \end{aligned}$$

Za določitev odziva sistema  $y(t)$  in  $z(t)$  je potrebno rešiti sistem diferencialnih enačb. Pri tem si lahko pomagamo s tako imenovano Euler-jevo numerično metodo.





## 5.4 Euler-jeva metoda za reševanje diferencialnih enačb prvega reda

Obravnavajmo diferencialno enačbo prvega reda:

$$\frac{dy(t)}{dt} + a \cdot y(t) = f(t) \text{ oziroma } \frac{dy(t)}{dt} = f(t) - a \cdot y(t) \quad (49)$$

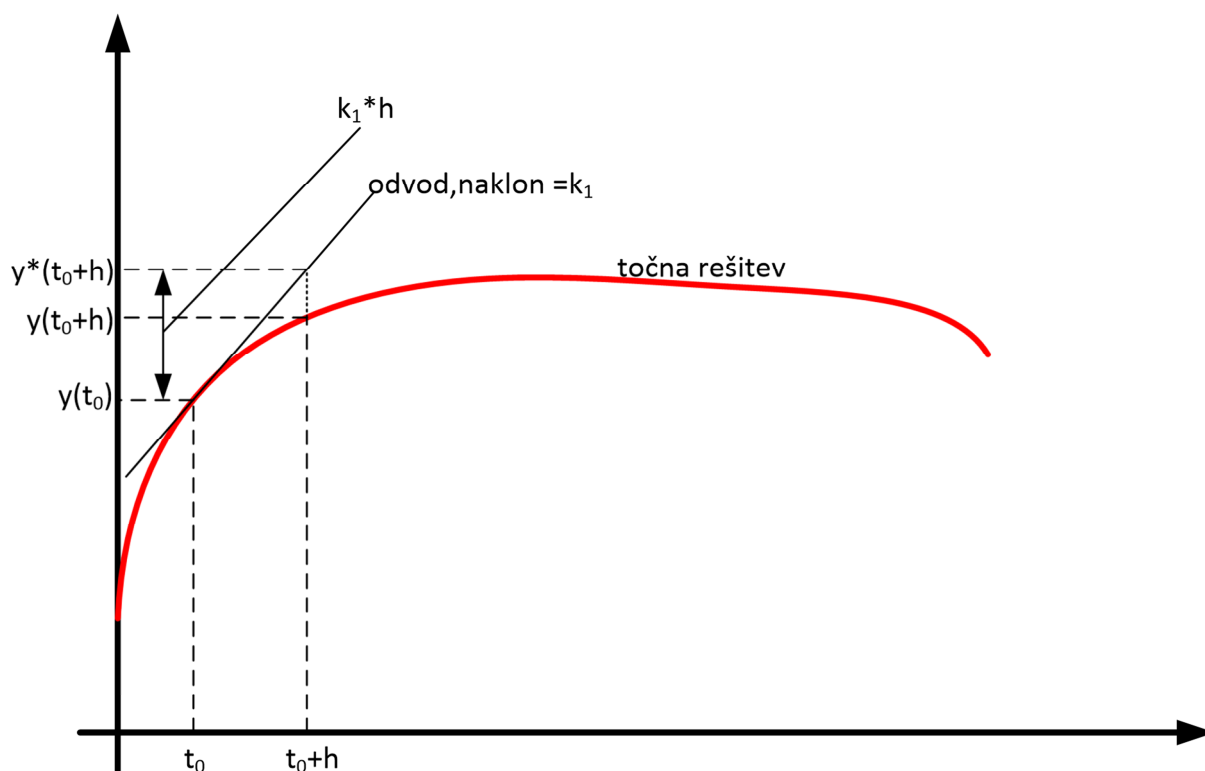
Če pričnemo pri nekem času  $t_0$  lahko vrednost funkcije pri času  $t_0+h$  ( $y(t_0+h)$ ) aproksimiramo z vrednostjo  $y(t_0)$  kateri prištejemo zmnožek časovnega koraka  $h$  in naklon funkcije, ki ga definira odvod.

$$y(t_0 + h) \approx y(t_0) + h \cdot \left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=t_0} \quad (50)$$

Tej vrednosti lahko rečemo približna vrednost funkcije in jo označimo z  $y^*(t)$ . Za izračun moramo poznati vrednost funkcije pri začetnem času  $t_0$ .

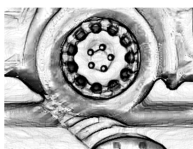
$$y^*(t_0 + h) \approx y(t_0) + h \cdot \left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=t_0} \quad (51)$$

Če lahko izračunamo vrednost odvoda  $dy/dt$  pri času  $t_0$  z izrazom (49) potem lahko z enačbo (50) izračunamo aproksimacijsko vrednost funkcije  $y$  pri času  $t_0+h$ . V nadaljevanju dobljeno vrednost  $y(t_0+h)$  uporabimo za izračun odvoda  $dy/dt$  pri času  $t_0+h$  in ponavljamo opisane korake.

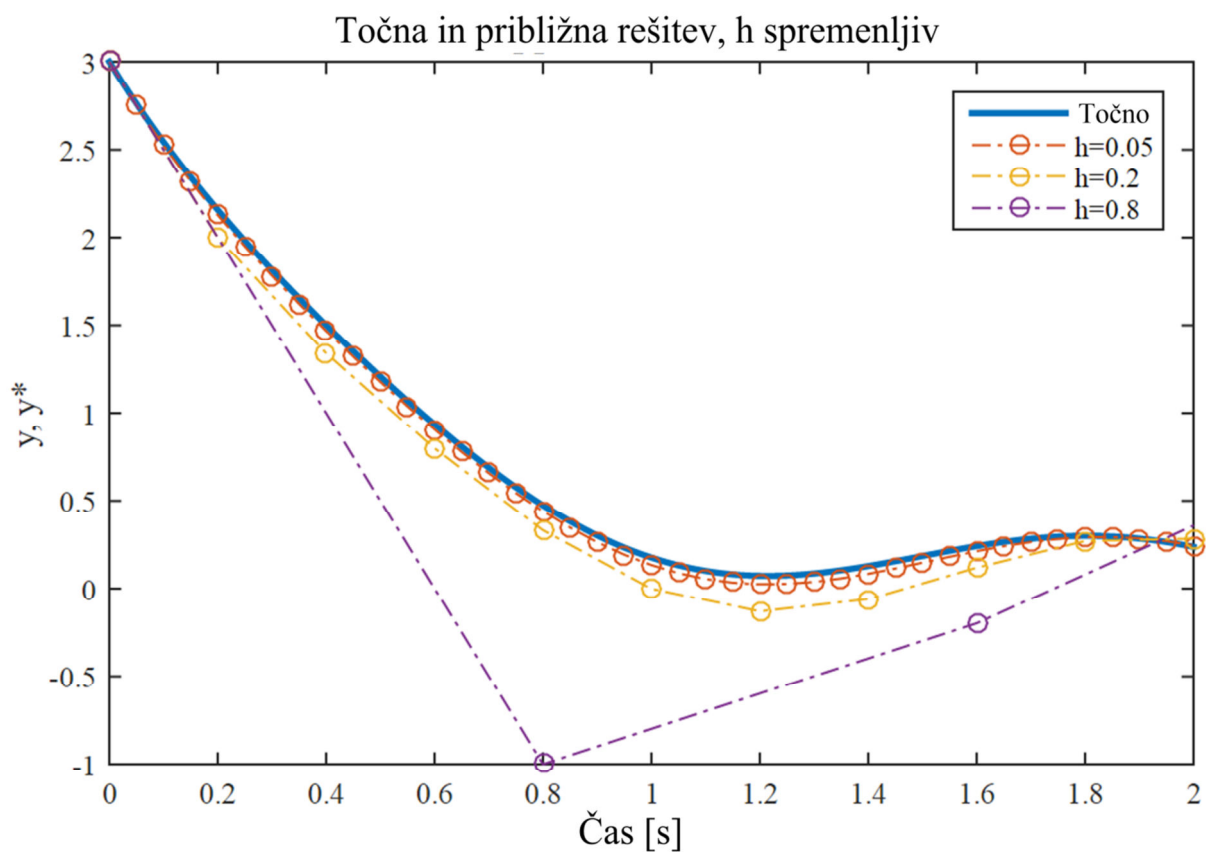


Diag. 13: Grafični prikaz Euler-jeve metode

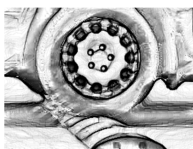
Na Diag. 13 je grafično prikazana uporaba Eulerjeve metode kjer je odvod pri času  $t_0$  označen kot  $k_1$ . Iz diagrama se lepo vidi, da je uspešnost te metode močno odvisna



od velikosti časovnega koraka  $h$ . V kolikor je časovni korak  $h$  prevelik je temu primerna tudi napaka približne rešitve. Iz tega razloga je potrebno korak preračuna primerno izbrati. Vpliv velikosti časovnega koraka na točnost rešitve je lepo viden tudi na Diag. 14.



Diag. 14: Prikaz vpliva koraka preračuna



### 5.5 Euler-jeva metoda za reševanje diferencialnih enačb višjega reda

Za reševanje diferencialnih enačb višjega reda lahko prav tako uporabimo v prejšnjem poglavju opisano Euler-jevo numerično metodo vendar je pred tem enačbo višjega reda potrebno razbiti na več enačb prvega reda, ki jih nato rešujemo po opisanem postopku.

Obravnavajmo naslednjo enačbo:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 100 \cdot \frac{dy(t)}{dt} + 10^4 \cdot y(t) = 10^4 \cdot |\sin(377t)| \quad (52)$$

Predpostavili bomo da so vsi začetni pogoji enako 0.

Analitična rešitev enačbe bi bila zelo zahtevna, za Eulerjevo metodo pa ne predstavlja posebnega problema. Prva stvar, ki jo je potrebno storiti je preureditev problema na diferencialne enačbe prvega reda. Vpeljemo dve novi spremenljivki  $x_1(t)$  in  $x_2(t)$ . Naj bo  $x_1(t)=y(t)$ . Sedaj lahko zapišemo dve povezani diferencialni enačbi prvega reda:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t) \quad \left( = \frac{dy(t)}{dt} \right) \quad \text{in} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx_2(t)}{dt} &= -10^4 \cdot y(t) - 100 \cdot \frac{dy(t)}{dt} + 10^4 \cdot |\sin(377t)| \\ &= -10^4 \cdot x_1(t) - 100 \cdot x_2(t) + 10^4 \cdot |\sin(377t)| \end{aligned} \quad (54)$$

Sedaj lahko za hkratno reševanje obeh enačb uporabimo Euler-jevo metodo po naslednjem postopku.

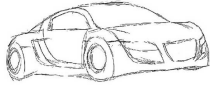
- S pričetkom pri časi  $t_0$ , določimo vrednost časovnega koraka  $h$  in poiščemo začetne pogoje za vse spremenljivke (v obravnavanem primeru  $x_1(t_0)$  in  $x_2(t_0)$ ).
- S pomočjo začetnih vrednosti  $x_i(t_0)$  izračunamo odvode za vsako od spremenljivk  $x_i(t)$  pri času  $t=t_0$ . Te vrednosti lahko označimo kot  $k_{1i}$ .

$$k_{1i} = \left. \frac{dx_i(t)}{dt} \right|_{t_0}; \quad k_{11} = \left. \frac{dx_1(t)}{dt} \right|_{t_0}, \quad k_{12} = \left. \frac{dx_2(t)}{dt} \right|_{t_0} \quad (55)$$

- Iz teh vrednosti lahko določimo približne vrednosti za vsak  $x_i^*(t_0 + h)$ .

$$x_i^*(t_0 + h) = x_i(t_0) + k_{1i} \cdot h \quad (56)$$

- V naslednjem koraku določimo  $t_0 = t_0 + h$  in za vsako spremenljivko  $x_i(t_0)$  določimo  $x_i(t_0) = x_i^*(t_0 + h)$ .
- Postopek ponavljamo (točke 2-4) dokler rešitev ni končana.



## 3. VAJA

# Določitev optimalne razdelitve zavornih sil

Dinamika vozil

**Pripravil:** doc. dr. Simon Oman, univ. dipl. inž.



## 1. Definicija naloge

Za poljubno vozilo izpeljite enačbe za optimalno razdelitev zavorne sile. S pomočjo izpeljanih enačb izrišite diagram optimalne razdelitve zavornih sil iz katerega se za kakršno koli geometrijo vozila in poljuben koeficient sojemanja da odčitati optimalno porazdelitev zavornih sil. Pri izpeljavi upoštevajte vozilo na ravnini in zanemarite upor zraka ter kotalni upor. Prav tako zanemarite inercialni moment kolesa ob zaviranju.

Pri izpeljevanju upoštevajte naslednje označbe in dejstva:

$\frac{a}{g} = \lambda$ .....razmerje med pojemkom in težnostnim pospeškom imenujemo faktor upočasnjevanja

$\frac{K_1}{Z_1} = \varphi_1$   
 $\frac{K_2}{Z_2} = \varphi_2$  ...razmerje med zavorno silo in dinamično normalno silo tal imenujemo aktivni koeficient trenja

Največjo teoretično upočasnitev dobimo če velja:  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_m = \varphi$   
In takrat dobimo:  $a_{max} = g \cdot \varphi$  oziroma  $\lambda = \varphi$

$x = \frac{h_T}{l}$ .....razmerje višine težišča in medosne razdalje  
 $\Psi = \frac{l'}{l}$ .....razmerje pozicije težišča vozila

V poročilu prikažite skice iz katerih bodo razvidne oznake uporabljene pri izpeljavi in prikažite celoten postopek izpeljave enačb. Prikažite tudi grafično obliko končne rešitve (diagram optimalne razdelitve zavornih sil), in v diagramu na primeru prikažite uporabo.