

Univerza v Ljubljani  
Fakulteta za strojništvo



*Katedra za strojne elemente in razvojna vrednotenja*



# **Strojni elementi 2**

## **Jermenska gonila z zobatimi jermeni**

Gorazd Fajdiga, Marko Nagode

## Prednosti:

- tečejo brez zdrsra, kar ima za posledico enakomeren prenos vrtilnega gibanja in miren tek gonila
- potrebne so manjše sile prednapetja jermena
- v primerjavi z verižnimi gonili povzročajo precej manjši hrup, ne zahtevajo posebnega vzdrževanja (mazanja) in se manj obrabljajo

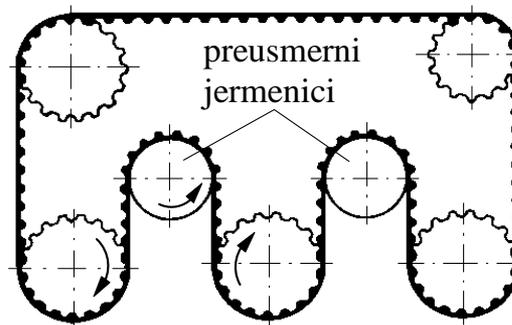
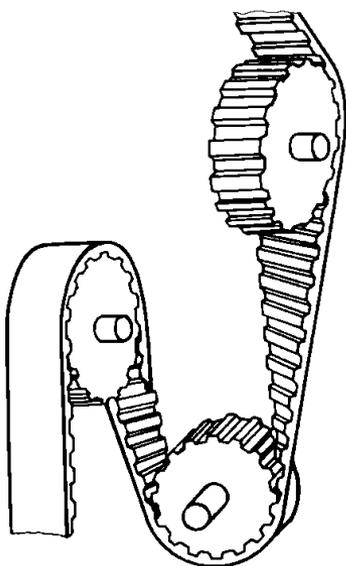
## Slabosti:

- večja občutljivost na agresivne medije (kisline, lugi itd.)
- večji stroški zaradi zahtevnejše izdelave zobatih jermenov
- večja občutljivost na preobremenitve (ploščati in klinasti jermeni pri preobremenitvi zdrsnejo)

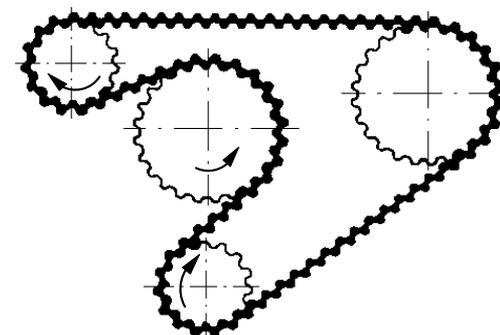
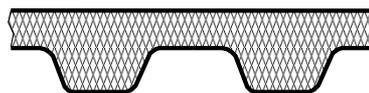
## Uporaba:

- v računalništvu (tiskalniki, risalniki)
- za fotokopirne stroje
- gospodinjske aparate
- industrijske robote
- naprave za krmiljenje
- z razvojem novih visokotrdnostnih zobatih jermenov se uporabljajo tudi v splošni strojogradnji
- pri motorjih z notranjim zgorevanjem (pogon odmične gredi pri motornih vozilih)

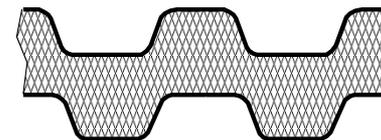




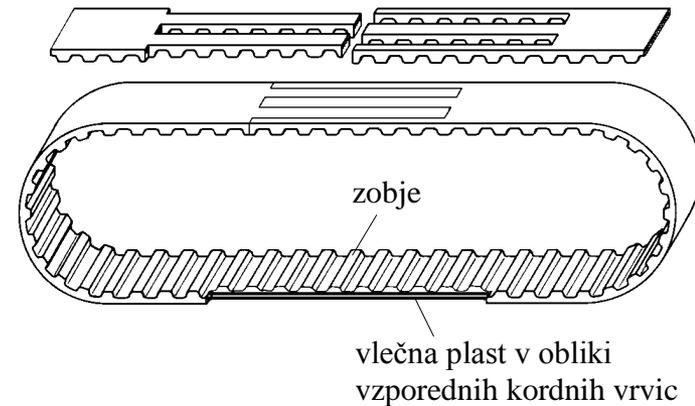
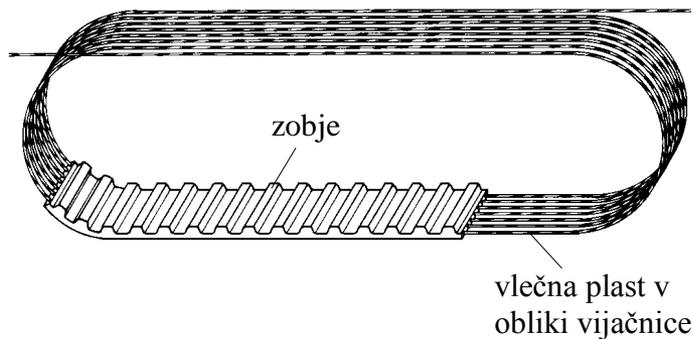
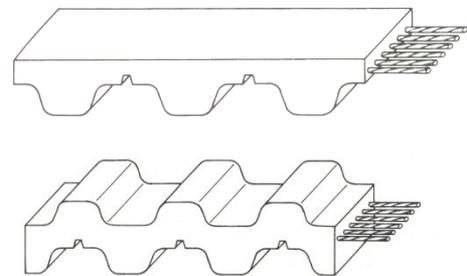
Enostransko ozobljeni jermen



Obojestransko ozobljeni jermen



- osnovno gradivo je neopren in poliuretan



## Lastnosti vlečne plasti:

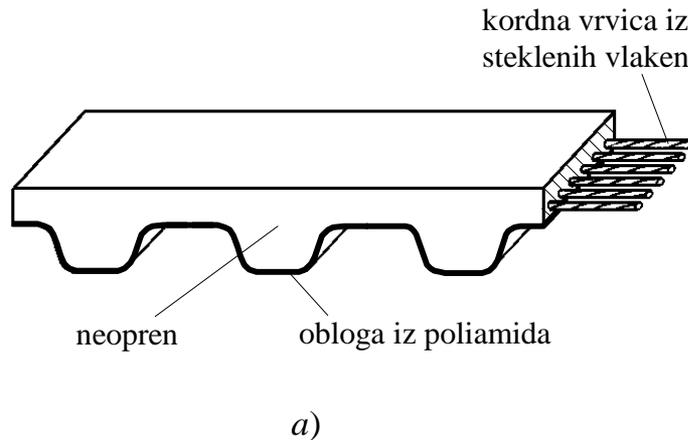
- visoka natezna trdnost
- sposobnost ovijanja okrog jermenic
- pri prenosu obremenitev se sme le malo raztezati
- zagotavljati predvideno življenjsko dobo jermena

## Material vlečne plasti:

- kordne vrvice iz jekla
- steklena vlakna
- kevlar
- če ima osnovno gradivo slabšo odpornost proti obrabi (npr. neopren), zobje jermena dodatno prevlečeni

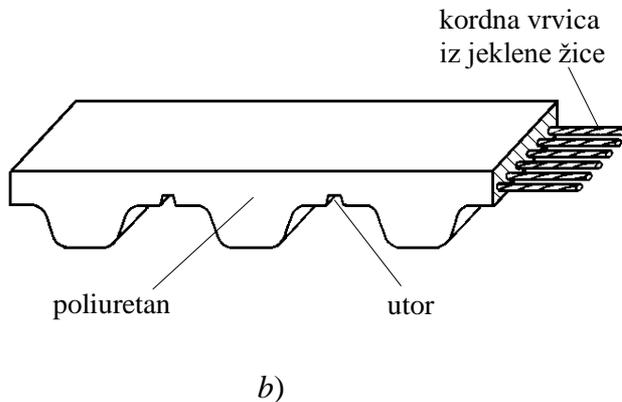


## - iz neoprena po DIN ISO 5296



Oznaka profila: **MXL, XL, L, H, XH, XXH**

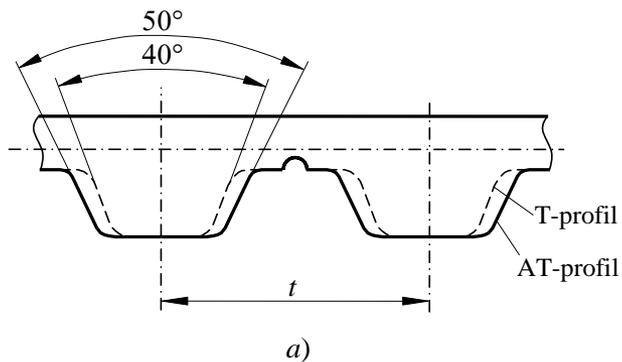
## - iz poliuretana po DIN 7721



Oznaka profila: **T 2,5, T5, T10, T20**

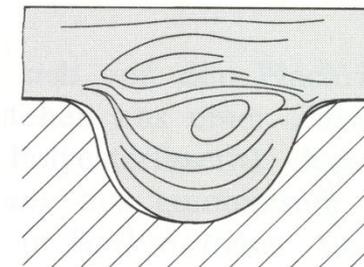
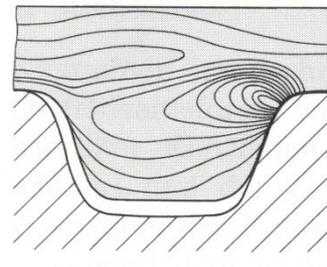
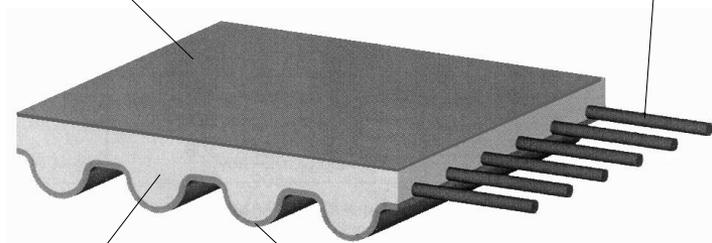


- iz poliuretana z AT-profilom



zaščitna plast iz  
odpornega neoprena

kordna vrstica iz  
steklenih vlaken



zobje iz neoprena

obloga iz poliamida

Oznaka profila: **3M, 5M, 8M, 14M, 20M**



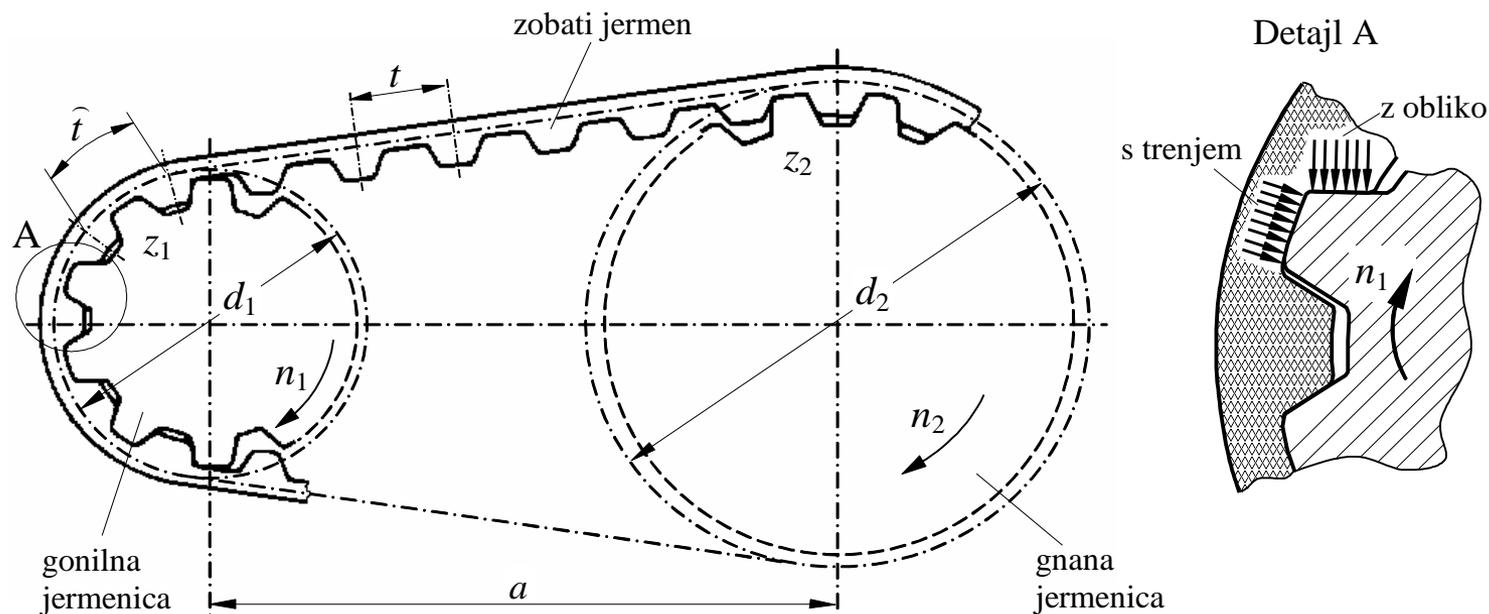
- za zobato jermenico s številom zob  $z$  in delitvijo medzobij  $\hat{t}$  sledi iz pogoja  $\pi \cdot d = z \cdot \hat{t}$  računski  $\hat{t}$  premer jermenice

$$d = \frac{\hat{t}}{\pi} \cdot z = \frac{t}{\pi} \cdot z = m \cdot z$$

$d$	[mm]	računski premer jermenice
$z$		število zob jermenice
$\hat{t}$	[mm]	delitev medzobij jermenice
$t$	[mm]	delitev zob jermena
$m$	[mm]	modul; $m = t / \pi$

- prestavno razmerje gonila

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$



- sila na gred pri mirovanju  $F_{G0}$

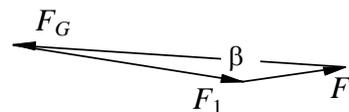
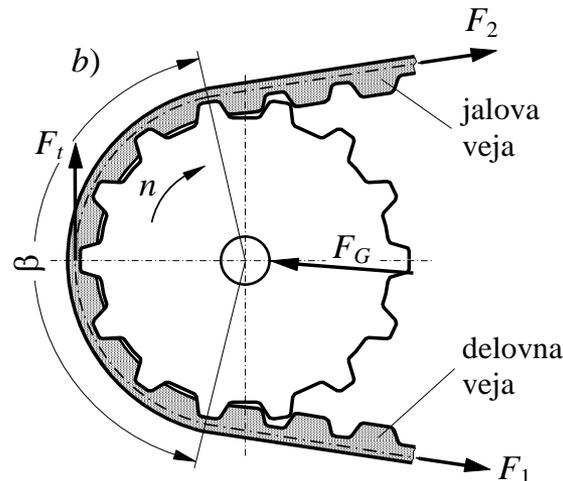
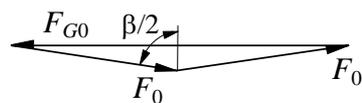
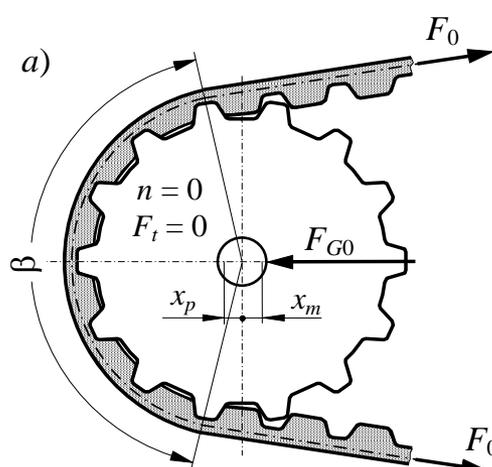
$$F_{G0} = 2 \cdot F_0 \cdot \sin \frac{\beta}{2}$$

$F_0$   
 $\beta$

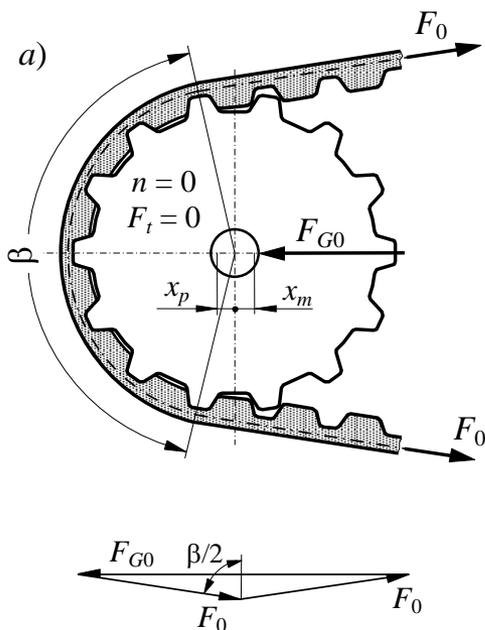
[N] sila v veji jermena pri mirovanju  
[°] objemni kot jermena na jermenici

- sila na gred pri obratovanju  $F_G$

$$F_G = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \beta}$$



- potrebne sile prednapetja so manjše kot pri ploščatih in klinastih jermenih
- napenjanje jermena z elastično raztegnitvijo



$$x_m \geq 0,015 \cdot L$$

$$x_p \geq 0,01 \cdot L$$

$x_m$	[mm] najmanjša potrebna razdalja za montažo jermena
$x_p$	[mm] najmanjša potrebna razdalja za prednapetje jermena
$L$	[mm] računska dolžina jermena

- potrebni sili v vejah jermena pri mirovanju  $F_0$  (izkustvena enačba)

$$F_0 = C_z \cdot F_t + q \cdot v^2 \cdot b$$

$C_z$	koeficient dolžine (števila zob $z_B$ ) jermena
$q$ [kg/mm·m]	specifična masa jermena na mm širine in m dolžine
$v$ [m/s]	hitrost jermena
$b$ [mm]	širina jermena

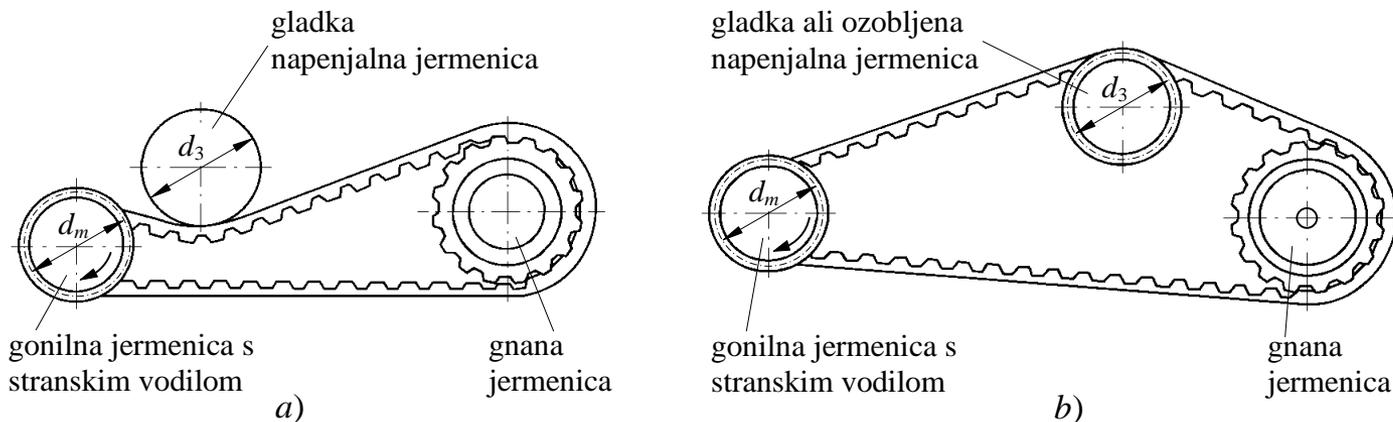
- kontrolo prednapetja: jermen je pravilno napet takrat, ko je pri kontrolni sili  $F_k \approx F_t / 20$  povese jermena enak:

$$s_k \approx \frac{l_v}{50}$$

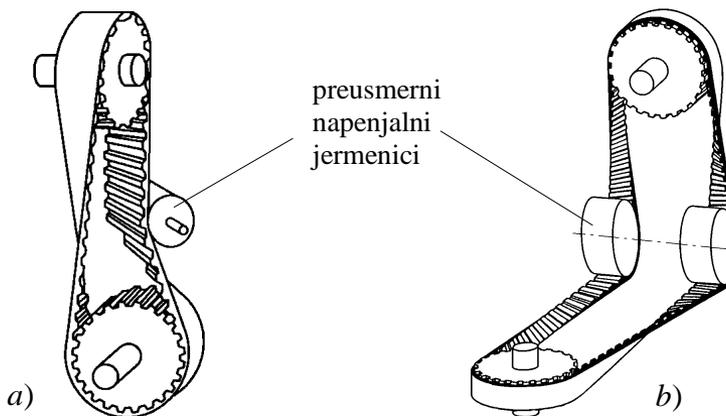
$s_k$	[mm]	kontrolni povese jermena
$l_v$	[mm]	dolžina-enako kot pri klinastih jermenih



## - napenjanje jermena z napenjalno jermenico



a) napenjalna jermenica na zunanji strani b) napenjalna jermenica na notranji strani

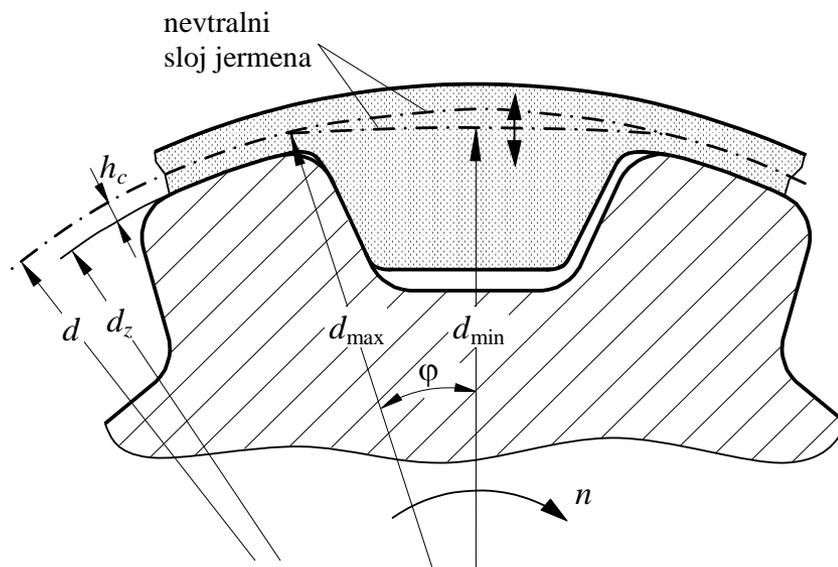


Preusmerne napenjalne jermenice pri prostorskih jermenskih gonilih



poligonski efekt vrednotimo s stopnjo neenakomernosti vrtilnega gibanja po enačbi:

$$\delta = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{v_{sr}} = 2 \cdot \frac{d_{\max} - d_{\min}}{d_{\max} + d_{\min}}$$



$$d_{\max} = d$$

$$d_{\min} \approx d \cdot \cos\varphi$$

$d$  teoretični računski premer jermenice

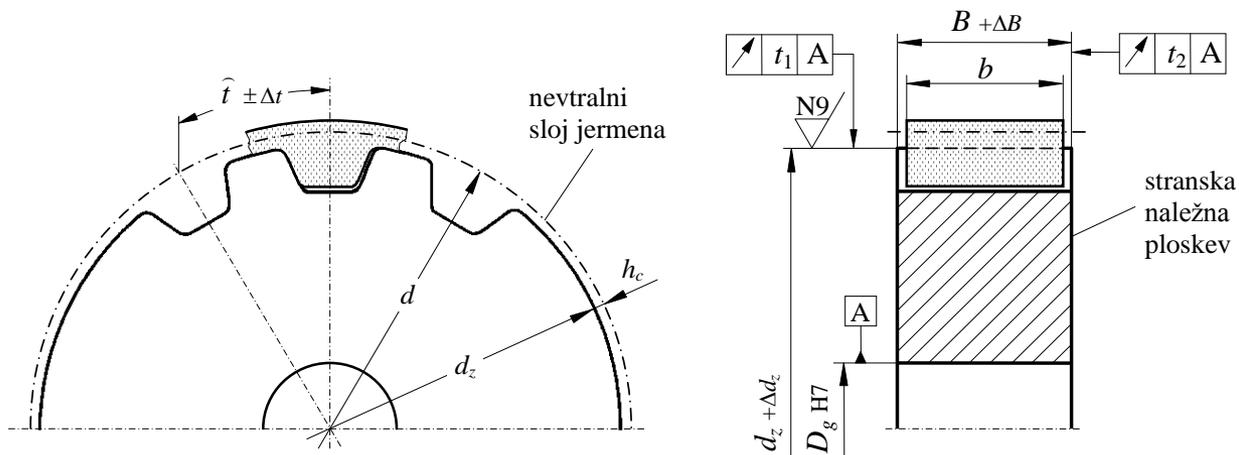
$\varphi$  konstrukcijska veličina



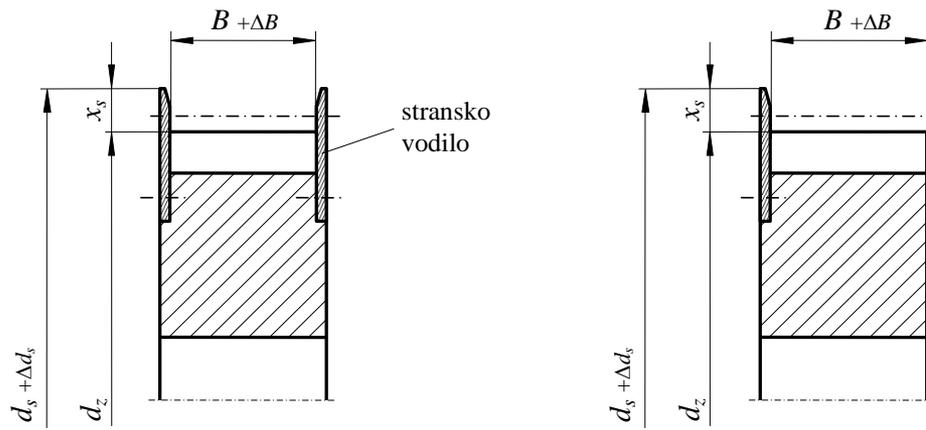
## Material

-aluminijeve zlitine (AlCuMgPb), konstrukcijska jekla (E295) ali jekla za poboljšanje (C45), tudi umetne snovi

## Jermenica za standardne zobate jermene s trapeznim profilom



## Uporaba stranskih vodil pri zobatih jermenicah



nila, torna, jermenska in verižna



## Izhodišče so projektni vhodni podatki:

- prenosna moč  $P$ ,
- vrtilna frekvenca gonilne gredi  $n_1$ ,
- vrtilna frekvenca gnane gredi  $n_2$  ali prestavno razmerje  $i$ ,
- karakteristike pogonskega in delovnega stroja,
- obratovalni pogoji (obratovalni čas, vplivi okolja itd).

## Sledi:

- zasnova gonila (izbrati vrsto in profil jermena ter število zob obeh jermenic)
- določitev ostalih geometrijskih veličin (premera jermenic, medosje, dolžina jermena)
- kontrola hitrosti in upogibne frekvence jermena
- določitev potrebne širine jermena
- določitev veličin za prednapetje jermena



# Preračun jermenskih gonil z zobatimi jermeni

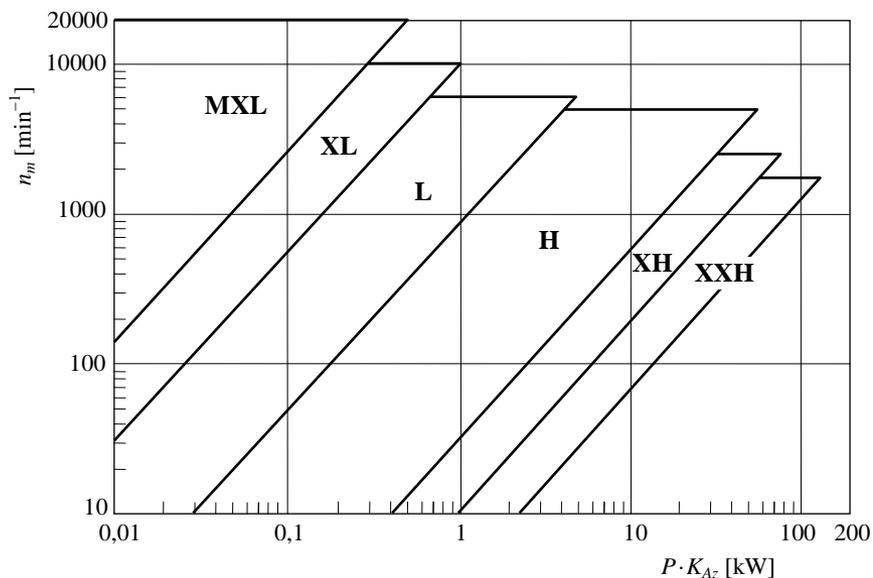
## Zasnova gonila

- **izbira vrste jermena**: zobati jermen iz neoprena s trapeznim profilom, zobati jermen iz poliuretana s trapeznim profilom, zobati jermen s HTD-profilom

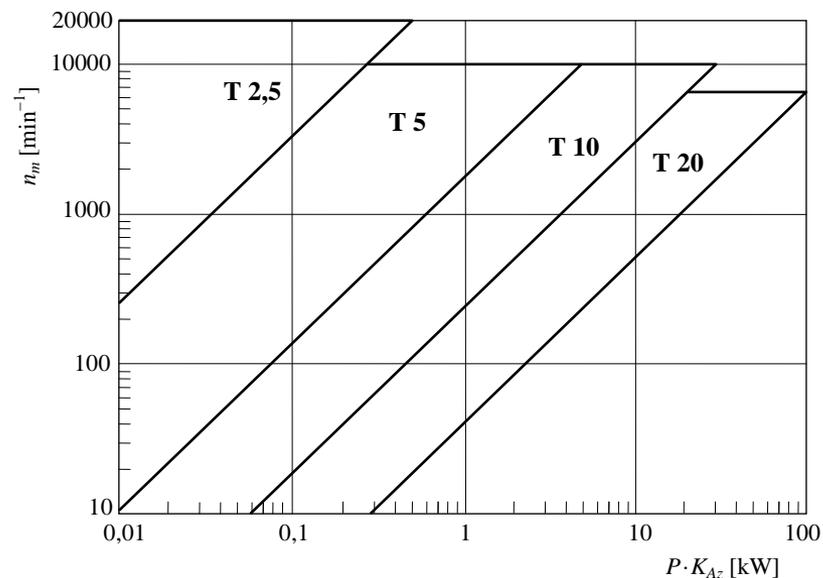
- **izbira profila jermena** : ustrezen profil jermena (delitev zob  $t$ ) za izbrani zobati jermen

$$K_{Az} \approx K_A \cdot C_k + C_i$$

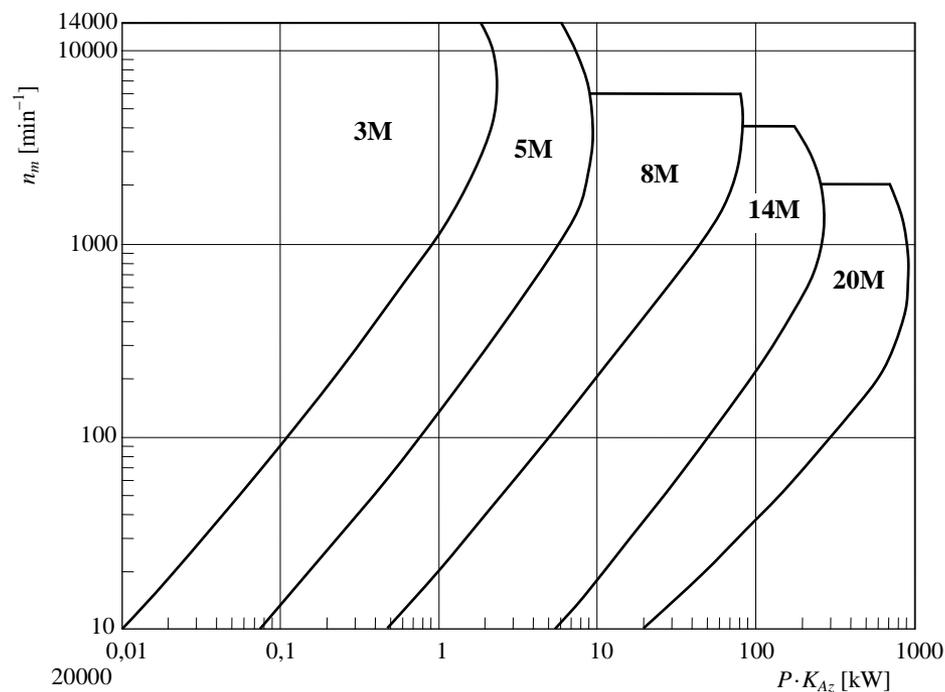
Izbira profila standardnih zobatih jermenov iz neoprena po DIN ISO 5296



Izbira profila standardnih zobatih jermenov iz poliuretana po DIN 7721



### Izbira profila zobatih jermenov s HTD-profilom



### - določitev števila zob jermenic

- izpolnjen pogoj  $z_m \geq z_{\min}$ , pri čemer je  $z_{\min}$  najmanjše dopustno število zob (tabela)

- če je manjša jermenica gonilna ( $z_1 = z_m$ ) sledi število zob gnane jermenice:

$$z_2 = i \cdot z_1$$

 $z_2$ 

število zob gnane jermenice

 $z_1$ 

število zob gonilne jermenice

 $i$ prestavno razmerje;  $i = n_1 / n_2$ 

# Preračun jermenskih gonil z zobatimi jermeni

## Zasnova gonila

### Veličine za preračun jermenskih gonil z zobatimi jermeni

Profil jermena	$z_{min}^{1)}$	$z_{max}$	$n_{max}$ [min <sup>-1</sup> ]	$P_{max}$ [kW]	$q$ [kg/mm·m]	$v_{max}$ [m/s]	$f_{max}$ [s <sup>-1</sup> ]
<b>MXL</b>	10	150	20000	0,5	$1,0 \cdot 10^{-3}$	80	100
<b>XL</b>	10	120	10000	1	$2,7 \cdot 10^{-3}$	80	
<b>L</b>	10	150	7000	5	$3,8 \cdot 10^{-3}$	60	
<b>H</b>	14	156	5000	50	$5,8 \cdot 10^{-3}$	50	
<b>XH</b>	18	150	2500	80	$13,9 \cdot 10^{-3}$ <sub>3</sub>	40	
<b>XXH</b>	18	120	2000	120	$17,9 \cdot 10^{-3}$ <sub>3</sub>	40	
<b>T 2,5</b>	10	72	20000	0,5	$1,5 \cdot 10^{-3}$	80	100
<b>T 5</b>	10	84	10000	5	$2,3 \cdot 10^{-3}$	80	
<b>T 10</b>	12	96	10000	30	$4,7 \cdot 10^{-3}$	60	
<b>T 20</b>	15	96	6500	100	$8,0 \cdot 10^{-3}$	40	
<b>3M</b>	10	150	14000	2	$2,5 \cdot 10^{-3}$	80	100
<b>5M</b>	14	150	14000	9	$3,3 \cdot 10^{-3}$	80	
<b>8M</b>	20	192	6000	80	$6,3 \cdot 10^{-3}$	45	
<b>14M</b>	28	192	4000	200	$9,6 \cdot 10^{-3}$	30	
<b>20M</b>	34	192	2000	800	$12,5 \cdot 10^{-3}$ <sub>3</sub>	25	

$z_{min}$  najmanjše dopustno število zob jermence

$z_{max}$  največje priporočljivo število zob jermence

$n_{max}$  največja vrtilna frekvenca jermence

$P_{max}$  največja prenosna moč

$q$  specifična masa jermena na mm širine in m dolžine

$v_{max}$  največja dovoljena hitrost jermena

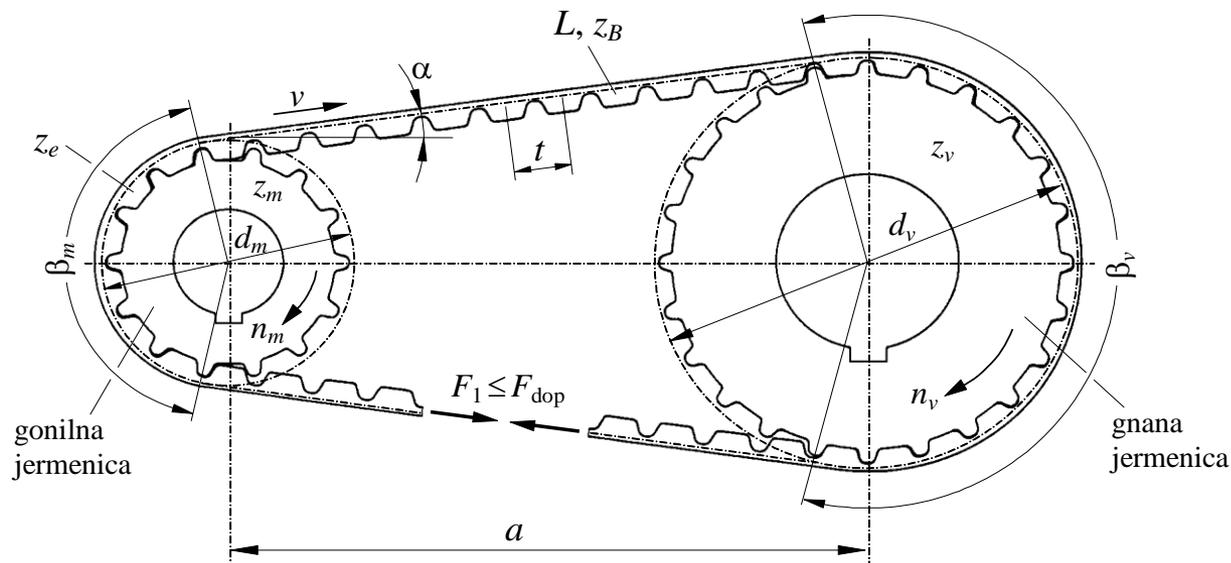
$f_{max}$  največja dovoljena upogibna frekvenca jermena



# Preračun jermenskih gonil z zobatimi jermeni

## Določitev ostalih geometrijskih veličin

- namesto indeksov 1 (gonilni) in 2 (gnani) uporabimo indeksa  $m$  (manjša jermenica) in  $v$  (večja jermenica)



- računski premera jermenic

$$\left. \begin{aligned} d_m &= \frac{z_m \cdot t}{\pi} \\ d_v &= \frac{z_v \cdot t}{\pi} \end{aligned} \right\} \text{ne zaokrožimo}$$

$d_m, d_v$  [mm] računski premer manjše ( $m$ ), večje ( $v$ ) jermenice  
 $z_m, z_v$  število zob manjše ( $m$ ), večje ( $v$ ) jermenice  
 $t$  [mm] delitev zob jermena

- orientacijsko medosje  $a_0$

$$\left[ 0,5 \cdot (d_m + d_v) + 15 \text{ mm} \right] \leq a_0 \leq 2 \cdot (d_m + d_v)$$



# Preračun jermenskih gonil z zobatimi jermeni

## Določitev ostalih geometrijskih veličin

- kot nagiba jermenske veje  $\alpha$

$$\sin \alpha = \frac{t \cdot (z_v - z_m)}{2 \cdot \pi \cdot a_0}$$

- objemna kota jermenic

$$\beta_m = 180 - 2 \cdot \alpha$$

$$\beta_v = 180 + 2 \cdot \alpha$$

$\beta_m, \beta_v$

[°]

objemni kot na manjši ( $m$ ), večji ( $v$ ) jermenici

- dolžina jermena

- najprej se določi orientacijska dolžina jermena  $L_0$

$$L_0 = 2 \cdot a_0 \cdot \cos \alpha + \frac{t}{2} \cdot (z_v + z_m) + \frac{\alpha \cdot t}{180} \cdot (z_v - z_m) \rightarrow$$

iz tabel se izbere najbližjo dejansko-standardno dolžino jermena  $L$

- dejansko medosje  $a$

$$a = \frac{f_1 + \sqrt{f_1^2 - f_2}}{8}$$

$f_1$

[mm]

pomožna veličina;  $f_1 = 2 \cdot L - t \cdot (z_v + z_m)$

$f_2$

[mm<sup>2</sup>]

pomožna veličina;  $f_2 = 8 \cdot [t \cdot (z_v - z_m) / \pi]^2$



zaradi spremembe medosja se spremenijo tudi kot nagiba jermenske veje  $\alpha$  in objemna kota jermenic  $\beta_m$  in  $\beta_v$



### - hitrost jermena $v$

$$v = \frac{z_1 \cdot n_1 \cdot t}{60 \cdot 10^3} \leq v_{\max}$$

$z_1$

$n_1$

$t$

$v_{\max}$

[min<sup>-1</sup>]

[mm]

[m/s]

število zob gonilne jermenice

vrtilna frekvenca gonilne jermenice

delitev zob jermena

največja dovoljena hitrost jermena, **tabela**

### - upogibna frekvenca jermena $f_u$

$$f_u = 10^3 \cdot \frac{v \cdot K}{z_B \cdot t} \leq f_{u \max}$$

$K$

$z_B$

$T$  [mm]

$F_{u \max}$  [s<sup>-1</sup>]

število vseh jermenic;  $K = 2$  pri enostavnem odprtem jermenskem gonilu

število zob jermena, tabele

delitev zob jermena

največja dovoljena upogibna frekvenca jermena, tabela



### - obodna sila $F_t$

$$F_t = \frac{P \cdot K_{Az}}{v}$$

$K_{Az}$

koeficient obratovanja zobatih jermenov

### - potrebna širina zobatih jermenov iz neoprena po DIN ISO 5296

$$b \geq b_R \cdot \left( \frac{F_t}{F_t^* \cdot k_z \cdot b_R} \right)^{\frac{1}{1,14}}$$



zaokrožimo na prvo večjo standardno vrednost

$b$	[mm]	potrebna širina jermena
$b_R$	[mm]	referenčna širina jermena, tabela
$F_t$	[N]	obodna sila
$F_t^*$	[N/mm]	dopustna obodna sila na milimeter širine jermena, tabela
$k_z$		koeficient števila zob v ubiru
		$k_z = 1,0$ pri $z_e \geq 6$
		$k_z = 1 - 0,2 \cdot (6 - z_e)$ pri $z_e < 6$

### - kontroliramo še natezno silo v delovni veji jermena

$$F_1 \leq F_{dop}$$

$F_1$

[N]

natezna sila v delovni veji jermena

$F_{dop}$

[N]

dopustna natezna obremenitev vlečne plasti jermena;  $F_{dop} = b \cdot F_r$



### - potrebna širina zobatih jermenov iz poliuretana po DIN 7721

$$b \geq \frac{F_t}{F_t^* \cdot z_e \cdot k_n}$$

$z_e$                       število zob v ubiru na manjši jermenici  
 če je  $z_e > 12$ , vzamemo  $z_e = 12$   
 $k_n$                       koeficient vrtilne frekvence  
 $k_n = C_1 \cdot \ln(n_m) + C_2$                        $C_1, C_2$                       pomožni veličini, tabela

zaokrožimo na prvo večjo standardno vrednost

### - kontroliramo natezno silo v delovni veji jermena

$$F_1 \leq F_{\text{dop}}$$

$F_1$                       [N]                      natezna sila v delovni veji jermena  
 $F_{\text{dop}}$                       [N]                      dopustna natezna obremenitev vlečne plasti jermena; **tabela**

### - dopustna obodna sila na milimeter širine jermena $F_t^*$

- na osnovi rezultatov preskusov testnih gonil določimo dopustno obodno silo na milimeter širine jermena po izkustveno po enačbi

$$F_t^* = \frac{2,4}{z_m \cdot t} \cdot (C_1 \cdot k_1 + C_2 \cdot k_2 \cdot n_m + C_3 \cdot k_3 \cdot n_m^2)$$

$z_m$                       število zob manjše jermenice  
 $t$                       [mm]                      delitev zob jermena  
 $n_m$                       [min<sup>-1</sup>]                      vrtilna frekvenca manjše jermenice  
 $C_1, C_2, C_3$                       pomožne veličine, tabela  
 $k_1, k_2, k_3$                       korekturni koeficienti, tabela

